XVII Copa Eugene A. Francis ***3 de mayo de 2008***

Problema 1) (3 minutos)

¿Qué número es mayor: $\sqrt{5}+\sqrt{17}$ ó $\sqrt{7}+\sqrt{15}$?

Which number is larger $\sqrt{5}+\sqrt{17}$ or $\sqrt{7}+\sqrt{15}$?

Problema 2) (4 minutos)

Determine el valor de T si: (Find the value of T if:)

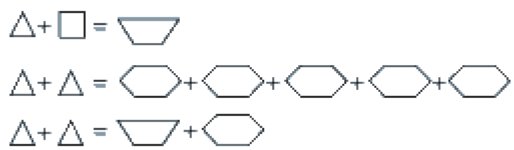
$$T = \frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2}$$

Problema 3) (4 minutos)
En una reunión todos los asistentes estrecharon la mano. El número total de apretones de mano fue 136. ¿Cuántas personas asistieron a la reunión?

In a meeting all the assistants greeted each other. The total number of hand shakes were 136. How many persons attended the meeting?

XVII Copa Eugene A. Francis *3 de mayo de 2008*

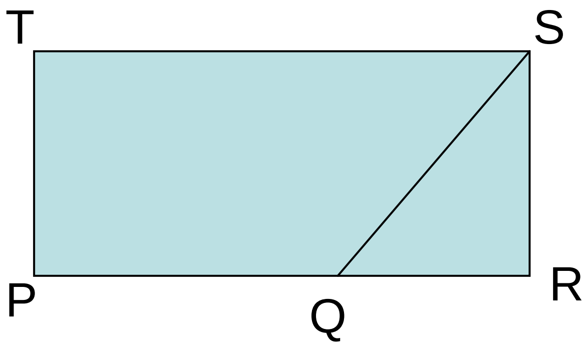
Problema 4) (4 minutos)
El triángulo, cuadrado, hexágono y trapecio representan cuatro dígitos entre 1 a 9. Si las siguientes representaciones son ecuaciones, ¿cuál es el valor del cuadrado?



The triangle, square, hexagon and trapezoid represents four digits among 1,…,9. If the previous representations are equations, what’s the value of the square?

Problema 5) (5 minutos)
Si PQ es igual a 3/5 de PR y el área del triángulo SQR es igual a $15cm^2$. Determine el área del rectángulo PRST.

If PQ is 3/5 of PR and the area of the triangle SQR is $15cm^2$ Find the area of the rectangle PRST.



XVII Copa Eugene A. Francis *3 de mayo de 2008*

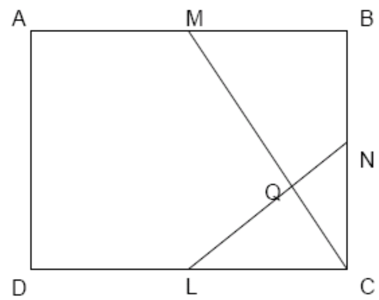
Problema 6) (4 minutos)

Hallar el residuo cuando 2^{495} se divide por 11

Find the remainder when 2^{495} is divided by 11

XVII Copa Eugene A. Francis *3 de mayo de 2008*

Problema 7) (4 minutos)
En la siguiente figura $ABCD$ es un rectángulo donde $AB = 12$ y $BC = 9$. $M, N, y\ L$ son los puntos medios de los lados $AB, BC, y\ CD$ respectivamente. Q es la intersección de los segmentos $MC\ y\ LN$. ¿Cuánto mide QN ?
In the following figure $ABCD$ is a rectangle with $AB = 12$ and $BC = 9$. $M, N, y\ L$ are the midpoints of AB, BC, and CD respectively. Q is the intersection point of the segments *MC* and *LN*. How much does QN measures?



Solución 1: (ambas sol son parecidas, una mas detallada q la otra)
(Escoge la q tu creas es mejor.)

Sea x = QN

y = LQ

Nótese que el triángulo LQM es semejante al triángulo NQC

Entonces:

$$\frac{x}{y} = \frac{9/2}{9}$$

$$x = \frac{y}{2}$$

$$y = 2x$$

Ahora el triángulo LCN es rectángulo, aplicando Pitágoras

$$(x+y)^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2$$

Sustituyendo $y = 2x$

$$9x^2 = \frac{225}{4}$$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

solucion 2

Nótese que el triángulo LQM es semejante al triángulo NQC

Luego:

LQ=2QN

pero por Pitágoras:

LN = $\sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2}$

Por tanto: QN= $\frac{1}{3} LN = \frac{5}{2}$

XVII Copa Eugene A. Francis *3 de mayo de 2008*

Problema 8) (4 minutos)
Resolver la ecuación: (Solve the equation:)

$$x^{x^5} = 5$$

XVII Copa Eugene A. Francis *3 de mayo de 2008*

Problema 9) (3 minutos)

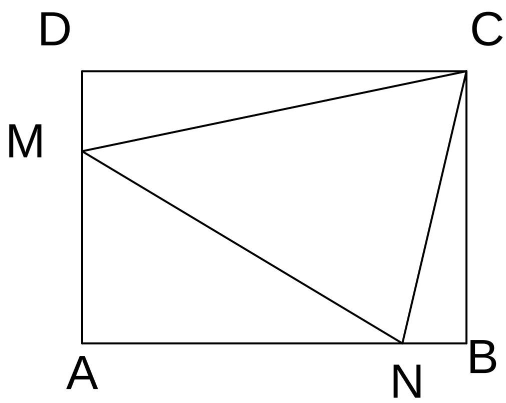
Demuestre que si m, n son números naturales, entonces $m!n!$ divide a $(m+n)!$

Prove that if m,n are natural numbers, then $m!\, n!$ divides $(m+n)!$

Problema 10) (5 minutos)

En la figura que se presenta ABCD es un cuadrado con área 1 pulgada cuadrada. CMN es un triángulo equilátero. Determine el área del triángulo CMN.

In the following figure ABCD is a square with area equal to 1 inch squared. CMN is an equilateral triangle. Find the area of the triangle CMN.



XVII Copa Eugene A. Francis *3 de mayo de 2008*

Desempate 1 (5 minutos)

Sean a, b números reales positivos que satisfacen la ecuación:

$$1+a \quad 1+b \ = 95^2$$

Demuestre que el producto ab no excede $94^{\;2}$

a, b are positive real numbers that satisfy the equation:

$$1+a \quad 1+b \ = 95^2$$

Show that the product ab does not excede $94^{\;2}$

Desempate 2 (4 minutos)
En la siguiente figura, el círculo pequeño tiene radio igual a 2 pies, el círculo mayor tiene radio igual a 4 pies. Determine el área de la región sombreada.

In the following figure, the smaller circle has radius equal to 2 feet, the larger circle has radius 4 feet. Find the area of the shaded area.