SEGUNDO EXAMEN PARCIAL EN MATE 3172 (V-1)

Nombre: ________________________________ ID: ____________
Sección: _________ Fecha: ____________ Instructor: ______________

I) [39%] En los siguientes ejercicios **seleccione la mejor alternativa** y **coloque la letra** que le corresponde **en los espacios en blanco al final de esta sección del examen**.

1. $\tan(x)\sec(x)\csc(x) =$

   a) $\frac{1}{2}\sec x$ b) $\sec^2 x$ c) $\csc^2 x$ d) $1+\cot^2 x$
   e) ninguna de las anteriores

2. La expresión $\cos\ \pi/3 + \theta$ es igual a:

   a) $\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}sen\theta$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}sen\theta$ c) $\frac{1}{2}\cos\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}sen\theta$
   d) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos\theta$ e) $\frac{1}{2} - \cos\theta$

3. La expresión $\cos^2(2x) - sen^2(2x)$ es igual a:

   a) 1 b) 2 c) cos(4x) d) sen(4x) e) cos(2x)

4. El valor **EXACTO** de $\frac{2\tan(75^o)}{1-\tan^2(75^o)}$ es:

   a) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ b) $-\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. El campo de valores de $f(x) = \cos^{-1}(2x)$

   a) $[-1,1]$ b) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ c) $[-2,2]$
   d) $[0,\pi]$ e) $[0,2\pi]$

6. El valor **EXACTO** de $sen^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$

   a) $-\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{11\pi}{6}$ d) $-\frac{\pi}{6}$ e) $\frac{\pi}{6}$

7. El **número** de soluciones de la ecuación $2sen\theta\cos\theta - sen\theta = 0$ en el intervalo $[0,2\pi]$ es

   a) 5 b) 2 c) 3 d) 4 e) ninguna anterior

8. Una solución para la ecuación $\cos^2(x) - sen^2(x) = 0$ es:

a) $x = \frac{\pi}{2}$ b) $x = \frac{3\pi}{2}$ c) $x = \frac{\pi}{4}$ d) 0 e) $x = \pi$

9. El valor **EXACTO** de $\tan\left(\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ es:

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ b) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\sqrt{3}$

d) $-\sqrt{3}$ e) ninguna de las anteriores

10. La forma a + bi del número complejo $Z = 8[\cos\pi + isen\pi]$ es:

a) -8i b) 8i c) -8 +8i d)8 e) - 8

11. La forma trigonométrica del número complejo $Z = -8i$ es:

a) $Z = 8[\cos 0^0 + isen0^0]$ b) $Z = 8[\cos 90^0 + isen90^0]$

c) $Z = 8[\cos 180^0 + isen180^0]$ d) $Z = 8[\cos 270^0 + isen270^0]$

e) ninguna anterior

12. Si $Z = 4[\cos 120^0 + isen120^0]$, entonces $Z^3 =$

a) 4 b) 64 c) $-32 + 32\sqrt{3}i$ d) -64 e) -4

13. Si $Z_1 = 8[\cos 15^0 + isen15^0]$ y $Z_2 = 3[\cos 30^0 + isen30^0]$,

entonces el producto $Z_1 \cdot Z_2$ es igual a:

a) $24[\cos 450^0 + isen450^0]$

b) $24[\cos 15^0 + isen15^0]$

c) $24[\cos(-15^0) + isen(-15^0)]$

d) $24[\cos 45^0 + isen45^0]$

e) $12[\cos 45^0 + isen45^0]$

RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE:

1. ______ 2. ______ 3. ______ 4. ______ 5. ______ 6. ______

7. ______ 8. ______ 9. ______ 10. ______ 11. ____ 12. ______

13. ______

II) Resuelva los siguientes problemas, mostrando todo su trabajo:

a. [8%] Verifique que $\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta \cdot \csc\theta$

b. [20%] Si $\cos\alpha = \frac{2}{5}$ y $\operatorname{sen}\beta = \frac{1}{5}$ para α y β con lados terminales en el cuadrante I, halle:

i) $\cos(\alpha + \beta) =$

ii) $\operatorname{sen}(2\beta) =$

iii) $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) =$

iv) $\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) =$

c. [8%] Halle todas las soluciones de la ecuación $\cos x - sen^2 x = 1$ **<u>(Exprésela s en radianes)</u>**

d. [15%] Sean $\vec{a} = \langle -3, 4 \rangle$ y $\vec{b} = \langle 4, 3 \rangle$ dos vectores en el plano. Halle:

i. $3\vec{a} + 2\vec{b}$

ii. Un vector unitario en la dirección de $\vec{b}$

iii. El vector de longitud 10 en la dirección de $\vec{b}$

iv. $\vec{a} \bullet \vec{b}$

v. Basándose en el resultado obtenido en la parte (iv), ¿qué puede concluir sobre $\vec{a}\ y\ \vec{b}$?

e. [10%] Halle las tres raíces cúbicas del número complejo $Z = 64\left[\cos\pi + i sen\pi\right]$. **<u>Expréselas en la forma a+bi.</u>**

BONO (6 PUNTOS): Para 0 ≤ x ≤ 1, exprese en términos de x y simplifique: $sen\left[\cos^{-1} x + sen^{-1} x\right]$

FÓRMULAS

1. $sen(A+B) = senA\cdot\cos B + \cos A\cdot senB$
2. $sen(A-B) = senA\cdot\cos B - \cos A\cdot senB$
3. $\cos(A+B) = \cos A\cdot\cos B - senA\cdot senB$
4. $\cos(A-B) = \cos A\cdot\cos B + senA\cdot senB$
5. $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1-(\tan A)\cdot(\tan B)}$
6. $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1+(\tan A)\cdot(\tan B)}$
7. $sen^2(A) = \dfrac{1-\cos(2A)}{2}$
8. $\cos^2(A) = \dfrac{1+\cos(2A)}{2}$
9. $sen\left(\dfrac{u}{2}\right) = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos(u)}{2}}$
10. $\cos\left(\dfrac{u}{2}\right) = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos(u)}{2}}$
11. $\tan\left(\dfrac{u}{2}\right) = \dfrac{sen(u)}{1+\cos(u)}$
12. $Z^{1/n} = r^{1/n}\left[\cos\left(\dfrac{\theta+2K\pi}{n}\right) + isen\left(\dfrac{\theta+2K\pi}{n}\right)\right]$