Universidad de Puerto Rico | Recinto Universitario de Mayagüez | Departamento de Matemáticas

MATE 3031 | EXAMEN IV | 27 de Noviembre de 2001

Nombre_____________________________________ Número de Estudiante__________________________

Profesor____________________________________ Sección_____________

Instrucciones: Hacer todos los problemas. Mostrar todo tu trabajo. Se permite el uso de calculadora científica.

1. [10 puntos] Sea $f(x) = \frac{1}{x+1}$. Calcular $f'(x)$ usando la definición de derivada.

2. [14 puntos] Dibujar una gráfica cualitativamente correcta de una función $f(x)$ que satisface las siguientes condiciones. Indicar asíntotas, puntos máximos, puntos mínimos y puntos de inflexión en tu gráfica.
   $f(0) = 2, \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = -3, \quad \lim_{x\to\infty} f(x) = 1$
   $f'(x) > 0 \;\; si \;\; x < 1, \quad f'(x) < 0 \;\; si \;\; x > 1$
   $f''(x) > 0 \;\; si \;\; x < -2, \quad f''(x) < 0 \;\; si \;\; -2 < x < 2, \quad f''(x) > 0 \;\; si \;\; x > 2$

3. [10 puntos] Calcular y simplificar $f'(x)$ dado $f(x) = \frac{\sin(5x)}{1+\cos(5x)}$.

4. [20 puntos] Sea $f(x) = x^4 + 4x^3$.

a. La función $f(x)$ es *positiva* en el/los intervalos:______________________________

b. La función $f(x)$ es *negativa* en el/los intervalos:______________________________

c. La función $f(x)$ es *creciente* en el/los intervalos:______________________________

d. La función $f(x)$ es *decreciente* en el/los intervalos:______________________________

e. La función $f(x)$ es *cóncava hacia arriba* en el/los intervalos:______________________

f. La función $f(x)$ es *cóncava hacia abajo* en el/los intervalos:______________________

g. La función $f(x)$ tiene *máximo(s) local(es)* en:________________________

h. La función $f(x)$ tiene *mínimo(s) local(es)* en:________________________

i. La función $f(x)$ tiene *punto(s) de inflexión* en:_____________________________

j. Dibujar una gráfica cualitativamente correcta de $f(x)$.

5. [12 puntos] Evaluar estos límites:

   a. $\lim_{x \to \infty} \frac{\ln x}{x}$

   b. $\lim_{x \to 0} \frac{1 + 5x - e^{5x}}{x^2}$

6. [12 puntos] Hallar el punto de la curva $y = 1 - x^2$ más cercano al origen.

7. [10 puntos] Hallar el valor mínimo absoluto y el valor máximo absoluto de $f(x)=\sqrt{25-x^2}$ en el intervalo $[-1,3]$.

8. [12 puntos] Una partícula está oscilando con aceleración $a(t)=5\cos t+3\sin t$, posición inicial $s(0)=-5$, velocidad inicial $v(0)=-3$. Hallar su posición como función de tiempo.