

Universidad de Puerto Rico. Recinto Universitario de Mayagüez.  
Departamento de Matemáticas.  
Mate 3032. Examen Parcial I.

Nombre \_\_\_\_\_ .Número de estudiante \_\_\_\_\_ . Fecha \_\_\_\_\_

Introducción: Resuelva cada ejercicio en el espacio provisto. De su respuesta en forma exacta siempre que sea posible. Simplifique su respuesta, dé razones o cualquier justificación matemática de ser necesario.

Parte I. Selección Múltiple.

1.[8]. Suponga que Ud desea encontrar una aproximación para la integral definida  $\int_0^1 f(x) dx$  usando suma de Riemann. La función  $f(x)$  tiene el gráfico que se indica en  $[0,1]$

(i) Suponga que Ud determinó: Suma de Riemann por la derecha  $R_n$ , Suma de Riemann por la izquierda  $L_n$ , Suma de Riemann usando el punto medio  $M_n$ , y Suma de Riemann mediante trapecios. Indique cual de las siguiente alternativas es la correcta:

- a)  $R_n < M_n < \int_0^1 f(x) dx < T_n < L_n$
- b)  $R_n < T_n < \int_0^1 f(x) dx < M_n < L_n$
- c)  $L_n < M_n < \int_0^1 f(x) dx < T_n < R_n$
- d)  $L_n < T_n < \int_0^1 f(x) dx < M_n < R_n$
- e) Ninguna de las anteriores es correcta.

(ii) ¿Cuál sería la mejor aproximación para dicha integral? Explique

2.[8]  $\int_{-1}^1 \frac{1}{t^2} dt =$

- a) diverge    b) 0    c) 2    d) 1    e) 4    f) Ninguna de las anteriores

3.[8] El valor medio o valor promedio de la función  $f(x) = \sin x \cos x$  en el intervalo  $[\frac{\pi}{6}, \pi]$  es :

- a)  $\frac{3}{10\pi}$     b)  $\frac{3}{20\pi}$     c)  $-\frac{3}{20\pi}$     d)  $-\frac{3}{10\pi}$     e)  $-\frac{9}{20\pi}$     f) Ninguna de las anteriores

Parte II.

1[12]. (a) Aproxime el valor de  $\int_0^2 \sqrt{1+x^2} dx$  usando la regla del punto medio  $M_n$  con  $n=3$ . Exprese la respuesta con 6 cifras decimales exacta.

(b) Usando la fórmula  $\int \sqrt{a^2 + u^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{a^2 + u^2} + \frac{a^2}{2} \ln(u + \sqrt{a^2 + u^2}) + C$  determine el valor de la integral con seis cifras decimales.

(c) Determine el error en la aproximación.

2.[10] Determine si la siguiente integral converge o diverge. En el caso que converge determine su valor:

$$\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

3[10]. Dibuje la región encerrada por las gráficas de las funciones  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = -4x^2 + 4$

(b) Halle el área de la región.

4[10] Halle la longitud exacta de la curva  $y = \sqrt{x^3}$  de  $x=0$  a  $x = \frac{7}{3}$

5[10] Determine el valor medio o promedio de la función  $f(x) = \ln(x)$  en el intervalo  $[1,e]$

6.[16] Considere la región acotada por las gráficas  $y = \sin x$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $x= \pi$

(a) Encuentre el volumen del sólido que se genera cuando dicha región gira alrededor del eje  $x$ . Use el método de discos.

(b) Halle el volumen que se genera cuando la región gira alrededor del eje  $y$ . Use el método de conchas cilíndricas o arandelas o casquillos

7[8] Halle una aproximación para  $\int_0^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2) dx$  usando la regla de Simpson con  $n=2$