

Nombre: \_\_\_\_\_ Número de Estudiante: \_\_\_\_\_

Profesor: \_\_\_\_\_ Sección \_\_\_\_\_

Instrucciones: Debe mostrar todo su trabajo. Resuelva todos los problemas. Se requiere el uso de calculadoras científicas.

1. [16 puntos] En los siguientes problemas se corregirá **únicamente** la respuesta, la cual debe ser escrita en el recuadro correspondiente a la pregunta:

Pregunta	Respuesta
1. Evaluar $\int x \cos x \, dx$	
2. Evaluar $\int \ln x \, dx$	
3. Evaluar $\int_0^{p/2} \cos^2 x \, dx$	
4. El valor promedio de la función $u(t) = 3 - t^2$ en el intervalo $[0, 7]$ es:	

2. [10 puntos] Determine el volumen del sólido generado al rotar la región acotada por el eje  $X$  y la gráfica  $f(x) = \sin x \sqrt{\cos x}$  para  $x$  en el intervalo  $[0, \pi/2]$ , con respecto al eje  $X$ . (nota:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

3. [10 puntos] Un estudio indica que  $t$  horas después de la media noche la temperatura en un aeropuerto esta dada por  $T(t) = -0.1t^2 + t + 50$  grados Fahrenheit, halle:

a. la temperatura promedio entre la 9 a.m. y el mediodía

b. la hora en que alcanza la temperatura promedio calculada en la parte a.

4. Evalúe las siguientes integrales:

a. [9 puntos]  $\int \frac{1}{x^3 + 4x} dx$

b. [8 puntos]  $\int \cos^4(3x) dx$ , usando  $\int \cos^n u du = \frac{1}{n} \cos^{n-1} u \sin u + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} u du$ , donde  $n$  es número entero y  $n \geq 2$ .

c. [9 puntos]  $\int \frac{x^2}{(4-x^2)^{1/2}} dx$  (Sugerencia: use sustitución trigonométrica)

5. Determine si las siguientes integrales son convergentes o divergentes, si converge determine su valor:

a. [8 puntos]  $\int_0^{\infty} xe^{-2x} dx$

b. [6 puntos]  $\int_0^1 \frac{1}{(1-x^2)^{1/2}} dx$

6. [12 puntos] Una piscina circular de 2 *pies* de diámetro y 6 *pies* de profundidad uniforme está llena de agua a la mitad. En el borde superior de la piscina se encuentra un tubo por el cual es posible vaciar la piscina con el uso de una bomba. Calcule el trabajo requerido para vaciar la piscina. (el peso del agua es 62.5 lbs/pies<sup>3</sup>).

7. Considere la integral definida  $\int_{-2}^1 xe^x dx$ , se pide:

a. [4 puntos] Aproxime la integral usando la regla del Simpson con  $n=4$  (con 6 cifras decimales)

b. [8 puntos] Determine el valor de  $n$  que garantice que al aplicar la regla de Simpson a la integral dada su error es menor que 0.00001

Bono [6 puntos] Halle una fórmula usando la regla del trapecio  $T_{10}$  para estimar el volumen del tronco de un árbol que mide 20 pies de altura en términos de la circunferencias del tallo medidas cada 2 pies.(sugerencia: use la circunferencia del círculo  $l = 2\pi r$ , donde el radio es variable en el tranco, es decir, el ancho del tronco varía)

## Identidades Trigonométricas

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

$$\sin x = \sqrt{\frac{1 - \cos(2x)}{2}}$$

$$\cos x = \sqrt{\frac{1 + \cos(2x)}{2}}$$

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \sin b \cos a$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$