

Universidad de Puerto Rico
Recinto de Mayagüez
Departamento de Matemáticas
Primer Examen Departamental Mate 3032
4 de septiembre del 2008

Nombre _____
Número de estudiante _____
Sección _____

Instrucciones. Tiene 90 minutos para completar el examen. Trate de ser **CLARO** y justifique todo su trabajo. Está permitido el uso de calculadoras científicas.

I (30 puntos) **Resuelva utilizando las sugerencias dadas:**

1. (8 puntos) $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}} dx$ haciendo la sustitución $x = \sin \theta$, para $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$:

2. (7 puntos) Evalúe $\int_0^1 3xe^{-x} dx$.

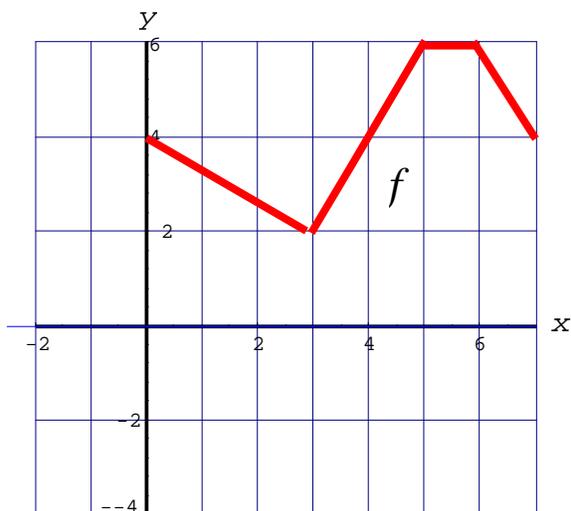
3. (8 puntos) $\int \frac{1}{2\sqrt{x+3}+x} dx$ primero haciendo la sustitución $u = \sqrt{x+3}$ y $u^2 = x+3$; luego use fracciones parciales.

4. (7 puntos) Resuelva la integral definida $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \sec^4 x dx$

II (10 puntos) Resuelva solo uno de los siguientes problemas. En el caso de que resuelva ambos problemas, se le calificará el primero:

5. (10 puntos) Una cadena de 10 pies de largo pesa 5 libras por pie. La cadena cuelga de una plataforma 20 pies sobre el suelo. ¿Cuánto trabajo es necesario para subir toda la cadena hasta el nivel de 20 pies?

6. (10 puntos) Encuentre el trabajo realizado por la fuerza f ilustrada en la figura abajo:



III (65puntos) Resuelva cada uno de los siguientes problemas:

7. (10 puntos total) Si $f(x) = \frac{3}{1+x^2}$,

- a. (5 puntos) halle el valor promedio de f en el intervalo $[-1, 1]$;
- b. (5 puntos) halle un valor c en $(-1, 1)$ para el cual $f(c) =$ valor promedio en $[-1, 1]$.

8. (10 puntos) Si $f(x) = 4x^3 - 2x + 1$:

- a. (5 puntos) estime $\int_0^4 f(x)dx$ utilizando la Regla de Simpson con $n = 4$;
- b. (2 puntos) calcule el valor exacto para $\int_0^4 f(x)dx$. ¿Que nota usted?
- c. (3 puntos) ¿ Para qué polinomios la aproximación en la Regla de Simpson es exacta, (esto es, el error es cero)? Justifique su respuesta.

9. (10 puntos) Determine si $\int_2^4 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$ converge o diverge. En caso de que haya convergencia, determine el valor de la integral.

10. (10 puntos) Evalúe $\int_0^1 \frac{x^3 + 2x}{x^4 + 4x^2 + 3} dx$:

11. (10 puntos) Utilice el *Teorema de Comparación* para determinar si las siguientes integrales impropias convergen o divergen

a. (5 puntos) $\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3+1}} dx.$

b. (5 puntos) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}.$

12. (10 puntos) Halle el área de la región acotada por la curva $y = x \ln x$ desde $x = 1$ hasta $x = e$:

13. **BONO** (5 puntos) Halle el entero menor n para el cual $\left| \int_0^{\pi} \sin x dx - T_n \right| < .001.$