

Nombre: _____ Número de Estudiante: _____

Profesor: _____ Sección _____

Instrucciones: Debe mostrar todo su trabajo. Resuelva todos los problemas. Se requiere el uso de calculadoras científicas.

1. [16 puntos] Resuelva los siguientes problemas:

a) halle la solución general de la ecuación diferencial $\frac{dx}{dy} = xy$

b) halle la solución particular de la ecuación diferencial: $\sec x \, dy - e^{-y} dx = 0$, donde $y(0) = 0$

c) encuentre la ecuación de una curva que pasa por el punto (1,1) y cuya pendiente en (x,y) es y^2 / x^3

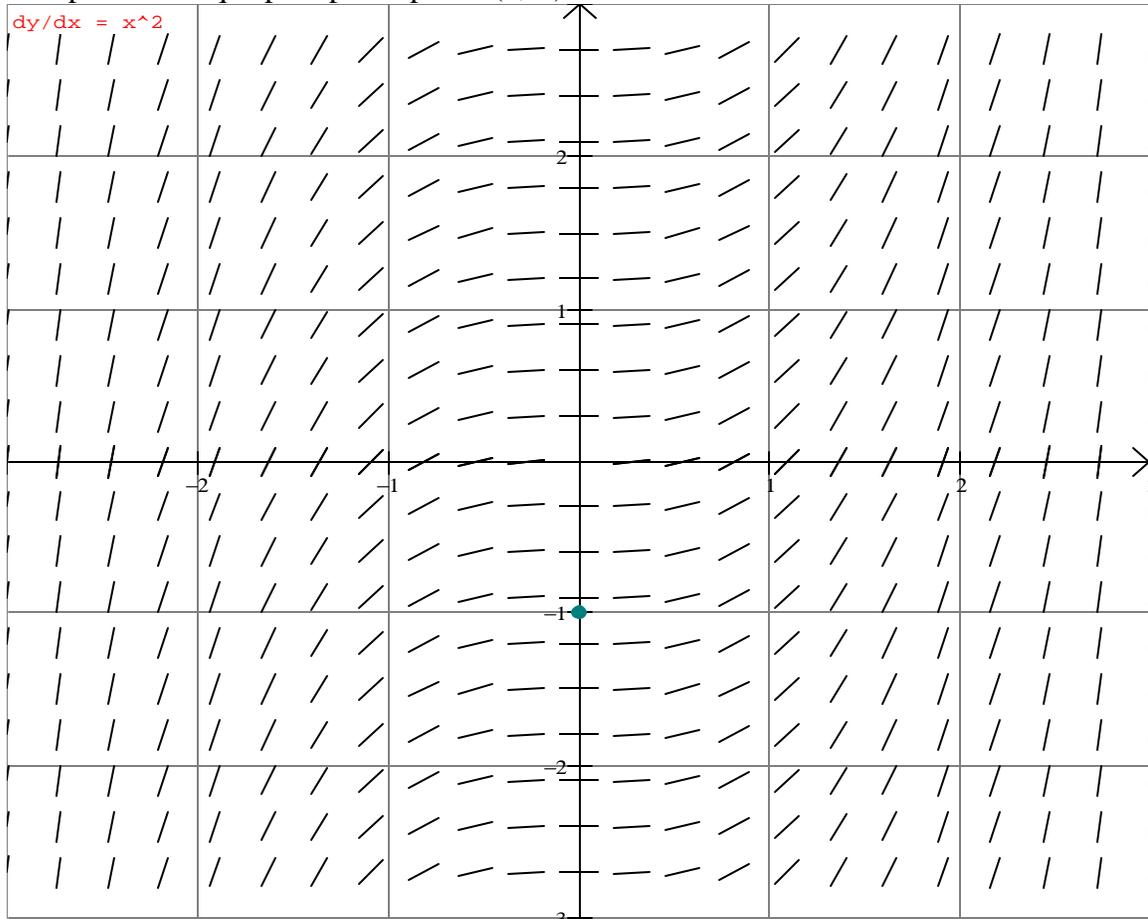
d) encuentre la longitud de arco de la curva $y = \int_1^x \sqrt{t-1} \, dt$ para $1 \leq x \leq 4$

2. [13 puntos] Halle la longitud de arco de la gráfica de la curva definida por $y = \frac{2}{3}(1+x^2)^{3/2}$ desde $x = 0$ a $x = 3$ es:

3. [14 puntos] Se tiene una lámina de densidad constante ρ acotada por la gráfica de $y = 8 - x^2$, el eje X y el eje Y , halle el centroide de la lámina.

4. Dado el siguiente problema de valor inicial $\frac{dy}{dx} = x^2$, $y(0) = -1$, se pide:

a. [5 puntos] usando el campo direccional que se muestra abajo, trace la curva solución aproximada que pasa por el punto $(0, -1)$



b. [6 puntos] use el método de Euler con $h = 0.2$ para aproximar $y(0.8)$ con cuatro cifras decimales

c. [6 puntos] hallar la solución particular exacta y determine el error al usar la parte b) para estimar $y(0.8)$

5. [13 puntos] Halle el área de la superficie del sólido que se forma al girar la gráfica de $y = \sqrt{1-x^2}$ en el intervalo $[-2/3, 2/3]$ alrededor del eje de x .

6. Suponga que una población inicial de 10,000 bacterias crece exponencialmente a una razón de 1% por hora y que $y = y(t)$ es el número de bacterias presentes después de t horas, se pide:

a. [3 puntos] formular el problema de valor inicial

b. [4 puntos] hallar $y(t)$

c. [4 puntos] ¿cuánto tiempo le toma a la población duplicarse?

7. Un tanque contiene 30 gramos de sal disuelta en 200 litros de agua. Agua pura entra al tanque a razón de 5 l/min. La solución se mezcla y sale del tanque a la misma razón. Se pide:

a. [8 puntos] hallar la cantidad de sal en el tiempo t

b. [4 puntos] hallar la cantidad de sal después de 10 minutos

c. [4 puntos] halle la cantidad de sal en el tanque después de un largo tiempo e interprete su resultado

Bono: **Resuelva solo uno de los problemas**

[6 puntos] Una represa construida a través de un río tiene una forma parabólica con ecuación $f(x) = \frac{1}{40}x^2$. Escriba una integral (**no resuelva**) que permita hallar la fuerza hidrostática que ejerce el agua sobre la represa cuando la profundidad del agua es 10 pies ($r = 62.5$).

[6 puntos] Bismuth-210 tiene una vida media de 5 días. Una muestra original tiene una masa de 800 gramos. Encuentre una expresión para la masa después de t días.