

Nombre: \_\_\_\_\_ Número de Estudiante: \_\_\_\_\_

Profesor: \_\_\_\_\_ Sección \_\_\_\_\_

Instrucciones: Debe mostrar todo su trabajo. Resuelva todos los problemas. Se requiere el uso de calculadoras científicas. El examen tiene un valor de 105 puntos.

1. [12 puntos] En los siguientes problemas se corregirá **únicamente** la respuesta, la cual debe ser escrita en el recuadro correspondiente a la pregunta:

Pregunta	Respuesta
1. La solución general de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ es:	
2. Encuentre la solución particular de la ecuación diferencial: $\csc y \, dx - e^x dy = 0$ , donde $y(0) = 0$	
3. <i>Escriba dos ejemplos</i> de dos ecuaciones diferenciales lineales de primer orden	

2. [10 puntos] La longitud de arco de la gráfica de la curva definida por  $y = \frac{2}{3}(x-1)^{3/2}$  desde  $x = 1$  a  $x = a$  es  $14/3$ . Halle el valor de  $a$ .

3. Se tiene una lámina de densidad  $d = 4 \text{ lb/ft}^2$  acotada por la gráfica de  $y = 9 - x^2$  y el eje X, halle:

a. [5 puntos] la masa de la lámina

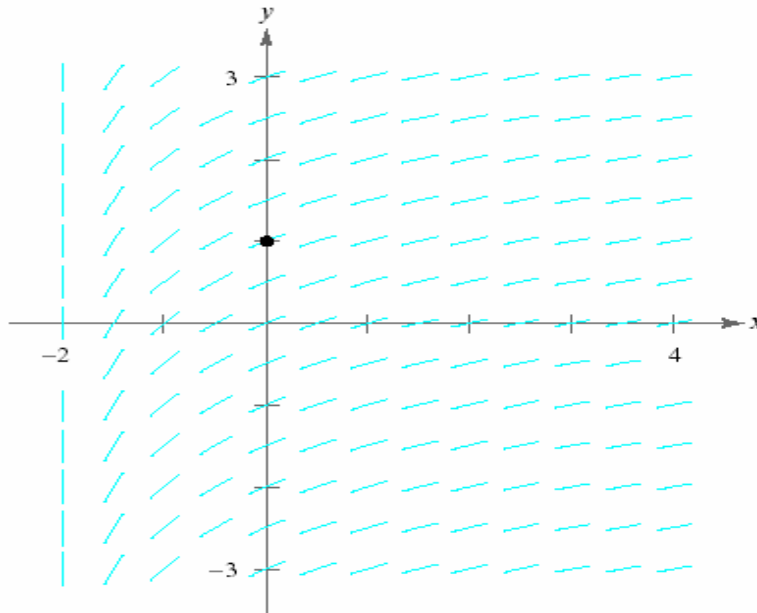
b. [8 puntos] El centro de masa en la lámina

4. [10 puntos] Halle el área de superficie que se forma al girar la gráfica de  $f(x) = x^2$  en el intervalo  $[0, 2]$  alrededor del eje de  $y$ .

5. Dado el siguiente problema de valor inicial  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+2}$ ,  $y(0)=1$ , se pide:

- a. [8 puntos] usando el campo direccional que se muestra abajo, trace la curva solución aproximada que pasa por el punto (0,1)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+2}, (0, 1)$$



- b. [6 puntos] use el método de Euler con  $h = 0.15$  para aproximar  $y(0.6)$

- c. [6 puntos] hallar la solución particular exacta y determine el error al usar la parte b) para estimar  $y(0.6)$

6. Un gramo de una sustancia radioactiva decae a una razón proporcional a su masa. La vida media de la sustancia es de 10 años, se pide:

a. [6 puntos] encontrar la masa después de  $t$  años

b. [4 puntos] encontrar la masa después de 5 años

c. [3 puntos] halle la razón de decaimiento después de 5 años

7. [ 10 puntos] Un plato vertical en la forma de un triángulo equilátero de lado  $6$  (uno de sus vértices está en el fondo de la superficie) es sumergido verticalmente en el agua hasta que el lado superior está en la superficie del agua. Escriba una integral (*no resuelva*) que permita hallar la fuerza hidrostática.

8. Un tanque contiene 10 kg de sal disuelta en un depósito que contiene 3000 litros de agua. Una solución salina que contiene 0.02 kg de sal por litro de agua entra al tanque a razón de 25 l/min. La solución se mezcla y sale del tanque a la misma razón. Se pide:

a. [8 puntos] hallar la cantidad de sal en el tiempo  $t$

b. [5 puntos] hallar la cantidad de sal después de 24 minutos

c. [4 puntos] halle la cantidad de sal en el tanque en un largo tiempo e interprete su resultado