

Universidad de Puerto Rico
Recinto Universitario de Mayagüez
Departamento de Matemáticas
MATE 3032 3er Examen Parcial
Primer Semestre 2001-2002
31 de octubre de 2001

Nombre: _____

Número de Estudiante: _____ Sección: _____

I. Escoja la contestación correcta.

No se dará crédito si no justifica su respuesta.

(6 puntos) 1. Una solución de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} - 4xy = 0$ es:

a : $y = e^{-4x}$ **b** : $y = e^{2x}$ **c** : $y = 4x$

d : $y = 2x^2$ **e** : $y = e^{2x^2}$ **f** : $y = \frac{1}{4x + 1}$

(6 puntos) 2. La fórmula para el término general de la sucesión numérica $\left\{1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots\right\}$ es:

a : 2^{1-n} **b** : 2^{n-1} **c** : $(-2)^n$

d : $(-1)^{2n}$ **e** : $(-2)^{-n+1}$ **f** : $(-2)^{2n}$

(6 puntos) 3. El límite de la sucesión numérica $a_n = \frac{5 \cos n + n}{n^2}$ es:

a : 0 **b** : 1 **c** : 3

d : 5 **e** : 5 **f** : Diverge

(6 puntos) 4. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2-\alpha}}$ converge si y solo si:

a : $-1 < \alpha < 1$ **b** : $\alpha < 1$ **c** : $\alpha < -1$

d : $\alpha > -1$ **e** : $\alpha \leq 1$ **f** : $\alpha \geq -1$

(13 puntos) 5. Determine si la serie $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^k}{2^{2k+1}}$ converge o diverge. Si es convergente, halle su suma.

II. Determine si las series en los ejercicios 6 al 8 convergen o divergen.
Especifique como llegó a su conclusión. Cite los teoremas utilizados.

(13 puntos) 6. $\sum_{k=1}^{\infty} ke^{-k}$

(12 puntos) 7. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-1}{k^3+2k+1}$

(12 puntos) 8. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{k}{k^2+4}$

(13 puntos) 9. Halle el intervalo de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k \sqrt{k}} x^k.$$

(13 puntos) 10. Una hoja de lechuga fue tomada del “Salad Bar” de la Cafetería Colegial por un estudiante de biología. El estudiante analizó la lechuga en un laboratorio y encontró que el pedazo de lechuga contenía el 99.9995% del carbono-14 que una lechuga fresca acabada de cortar contiene. ¿Cuántos días tiene la lechuga? (La media-vida de carbono-14 son 5700 años. Un año tiene 365 días. $A = A_0 e^{kt}$.)