Universidad de Puerto Rico Recinto Universitario de Mayagüez Departamento de Matemáticas
MATE 3032 CALCULO II **EXAMEN III** 4 de noviembre de 2003

Nombre___________________________ Número de Estudiante_____________________________

Profesor___________________________ Sección____

I[30] Determine si las siguientes series convergen absolutamente, convergen condicionalmente o divergen. Justifique su respuesta con razonamiento o procedimiento lógico. En particular, escribir el nombre o criterio o teorema utilizado.

a. $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+3}$

b. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(n)}{n\sqrt{n}}$

c. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}\, n}{n^2+1}$

d. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\, 3^n}$

e. $\sum_{n=2}^{\infty} e^{-n}$

II[24]a. .Encuentre una representación en series de potencia , y su intervalo de convergencia de la siguiente función alrededor de x=0

$f(x)= \frac{1}{1+3x}$

b. Encuentre una representación en serie de potencia para $f(x)= \ln(1+x)$ alrededor de $x=0$ y determine su radio de convergencia.

c. Usando el resultado anterior encuentre una aproximación con $|\text{error}| \leq 0.0001$ para $\ln(0.9)$

III a. [24] Determine el radio de convergencia y el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias

$$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-2)^n}{3^n \ln(n)}$$

b. Aproxime el valor de $\int_0^{0.2} \frac{1}{1+x^5}\,dx$ con $|\text{error}| < 10^{--11}$

IV1[12]. Sea $f(x) = \frac{1}{x}$

a. Aproxime f por un polinimio de Taylor de grado 3 alrededor de a= 2 y en el intervalo $1.98 \leq x \leq 2$.

b. Usando la desigualdad de Taylor estime la exactitud de la aproximación $f(x) \approx T_3(x)$ en el intervalo dado.

2[10] a. .Halle el polinomio de Taylor de grado 2 para $f(x)= \ln(x)$ en $x=1$

b. Use el polinomio hallado para calcular $\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x) - x + 1}{(x-1)^2}$

BONO[6] Determine si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2n}\right)}{\frac{1}{n}}$ converge o diverge