

Nombre: _____ Número de Estudiante: _____

Profesor: _____ Sección _____

Instrucciones: Debe mostrar todo su trabajo. Resuelva todos los problemas. Se permite solo el uso de calculadoras científicas. El examen tiene un valor de 105 puntos.

1. [25 puntos] En los siguientes problemas se corregirá **únicamente** la respuesta, la cual debe ser escrita en el recuadro correspondiente a la pregunta:

Pregunta	Respuesta
1. El término n-ésimo de una sucesión es dado por: $a_n = \frac{2^n}{n}$, halle el límite del término n-ésimo y determine si la sucesión es convergente o no.	
2. La suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} 4\left(-\frac{3}{4}\right)^n$ es:	
3. Escriba una serie de potencias para la función: $f(x) = \frac{-2}{1+x^2}$	
4. Halle la suma exacta de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{5^n n!}$	
5. Para determinar la convergencia o divergencia de la serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ usamos el criterio de:	

2. [24 puntos] Determine si las siguientes series convergen absolutamente, convergen condicionalmente o divergen. Justifique su respuesta:

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n!}{n^n} \right)$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \left((-1)^n \frac{n^2}{2^n} \right)$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n (n+1) 3^n}{2^{n+1}} \right)$

3. [8 puntos] Demuestre que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n \cos(\pi n/6)}{n^2} \right)$ converge

4. [10 puntos] Determine el intervalo de convergencia de $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^{n+1} (x+1)^n}{n 3^n} \right)$

5. Considere la función $f(x) = x \cos x$.

a. [5 puntos] Encuentre la serie de Maclaurin para $f(x)$.

b. [7 puntos] Use el resultado de la parte (a) para calcular: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - x}{x^3}$.

5. Considere la función $f(x) = \sin x$.

a. [5 puntos] Halle una serie de potencias para $\frac{\sin x}{x}$ alrededor de $x=0$.

b. [8 puntos] Aproxime la integral $\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x} \right) dx$ a 5 cifras decimales.

7. Considere la función $f(x) = \ln(1+2x)$, $a = 1$, $0.5 \leq x \leq 1.5$.

a. [6 puntos] Aproxime la función f por un polinomio de Taylor de grado 2 en el intervalo indicado

b. [7 puntos] Use la desigualdad de Taylor para estimar la exactitud de la aproximación $f(x) \approx T_2(x)$ en el intervalo $0.5 \leq x \leq 1.5$.