

Universidad de Puerto Rico
Recinto de Mayagüez
Departamento de Ciencias Matemáticas
Tercer Examen Departamental Mate 3032
27 de octubre del 2008

Nombre _____
Número de estudiante _____
Sección _____

Instrucciones. Tiene 90 minutos para completar el examen. Trate de ser **CLARO** y justifique todo su trabajo. Está permitido el uso de calculadoras científicas.

1. (25 puntos total) Determine si las siguientes sucesiones convergen o divergen. Si convergen, determine el límite.

a. (5 puntos) $\left\{ \left(\frac{\pi}{3} \right)^n \right\}_{n=1}^{\infty}$

b. (5 puntos) $\left\{ \frac{\ln n}{\ln 2n} \right\}_{n=1}^{\infty}$

c. (5 puntos) $\left\{ \frac{n \cos n}{n^2 + 1} \right\}_{n=1}^{\infty}$

d. (5 puntos) $\{2 + \cos n\pi\}_{n=1}^{\infty}$

e. (5 puntos) $\left\{ \frac{n!}{(n+2)!} \right\}_{n=1}^{\infty}$

2. (15 puntos total) Determine si las siguientes series convergen o divergen, y si converge encuentre su suma:

a. (5 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)}$

b. (5 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} 5^n 2^{1-n}$

c. (5 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+2}}{7^{n+1}}$

3. (8 puntos) Si $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^3}$, halle un entero n para el cual el error de esta serie alternada es menor a 0.001:

4. (25 puntos total) Determina si cada serie converge absolutamente, converge condicionalmente o diverge. Justifica tu respuesta con claridad. En particular, escribe el nombre del criterio o teorema utilizado:

a. (5 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-n}{n^2}$

b. (5 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tan^{-1} n}{1+n^2}$

c. (5 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen} \left(\frac{(-1)^n}{n^2} \right)$

d. (5 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{2} - 1)^n$

e. (5 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n!n!}$

5. (20 puntos total) Determine el radio de convergencia y el intervalo de convergencia de las siguientes series de potencia:

a. (10 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{(n+1)^2}$

b. (10 puntos) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-3)^n}{n5^n}$

6. (12 puntos total)

a. (6 puntos) Desarrolle en series de potencia $\frac{1}{1+x^3}$

b. (6 puntos) Encuentre con 6 cifras decimales exactas (error < 0.0000005) el valor de $\int_0^{0.2} \frac{1}{1+x^3} dx$