

Nombre: _____ Número de Estudiante: _____

Profesor: _____ Sección _____

Instrucciones: Debe mostrar todo su trabajo. Resuelva todos los problemas. Se requiere el uso de calculadoras científicas. El examen tiene un valor de 105 puntos.

1. [25 puntos] En los siguientes problemas se corregirá **únicamente** la respuesta, la cual debe ser escrita en el recuadro correspondiente a la pregunta:

Pregunta	Respuesta
1. El término n-ésimo de una sucesión es dado por: $a_n = \ln(n+1) - \ln n$, halle el límite del término n-ésimo y determine si la sucesión es convergente o no.	
2. La suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} 12 \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ es:	
3. Escriba una serie de potencias para la función: $f(x) = \frac{3}{1+x^4}$	
4. Halle el radio de convergencia de la serie de potencias: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{3^n}$	
5. La suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$ es:	

2. [18 puntos] Determine si las siguientes series convergen absolutamente, convergen condicionalmente o divergen. Justifique su respuesta:

a.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{(\tan^{-1} n)^n}} \right)$$

b.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$
 (Sugerencia: racionalizar antes de analizar)

c.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{(\ln n)^2} \right)$$
 (sugerencia: use $\ln n < n$ y que $\frac{1}{n \ln n} < \frac{1}{(\ln n)^2}$)

3. Considere la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$

a. [6 puntos] demuestre que la serie converge

b. [6 puntos] ¿cuántos términos de la serie se necesitan sumar para que la suma se aproxime a tres cifras decimales?

4. [10 puntos] Determine el intervalo de convergencia de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (x-5)^n}{n 5^n}$

5. Considere la función $f(x) = xe^x$

a. [5 puntos] encuentre la serie de Maclaurin para $f(x)$

b. [6 puntos] use el resultado de la parte (a) para calcular: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - x - x^2}{x^3}$

5. Considere la función $f(x) = \cos x$

a. [5 puntos] halle una serie de potencias para $\frac{\cos x}{x}$ alrededor de $x=0$

b. [8 puntos] aproxime la integral $\int_0^1 \left(\frac{\cos x}{x} \right) dx$ a 5 cifras decimales

7. Considere la función $f(x) = \sqrt{x}$, $a=4$:

a. [6 puntos] aproxime la función f por un polinomio de Taylor de grado 2 en el intervalo $3.8 \leq x \leq 4.2$

b. [6 puntos] use la desigualdad de Taylor para estimar la exactitud de la aproximación $f(x) \approx T_2(x)$ en el intervalo $3.8 \leq x \leq 4.2$.