Universidad de Puerto Rico. Recinto Universitario de Mayagüez
Departamento de Matemáticas
Mate 3032 1er Semestre 2003-2004
EXAMEN FINAL

Instrucciones.Resuelva cada ejercicio en el espacio provisto. **Debe mostrar su trabajo para recibir crédito por la contestación**

I [45] Resuelva cada ejercio y coloque la contestación encima de la raya indicada

1. Sea R la región del plano en el primer cuadrante acotada por las curvas $y = x^2$ y $y^2 = 8x$. La medida del área de R es _______________

2. Considere la región R descrita en el problema 1. Encuentre el volumen obtenido al rotar R alrededor del eje x.
Volumen_________

3. La coordenada x del centroide del área acotada por las gráficas
$y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$
es______________

4. Una fuerza de 5 N se requiere para mantener estirado un resorte 8 cm mas allá de su longitud natural. El trabajo mínimo realizado al estirar el resorte 10 cm mas allá de su longitud natural es _______Joule.

5. Sea y(t) la solución del problema de valor inicial $y' = -\frac{3}{5}y$, $y(0) = -5$ entonces $\lim_{t\to\infty} y(t) =$ __________

6. Un elemento radioactivo tiene una vida media de 3 años, al pasar 9 años quedará una fracción de la cantidad inicial del elemento.
La fracción que quedará será __________.

7. El intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(8x)^n}{5^n n^3}$ es _____________

8. La serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n}$ converge a ____________

9. La serie de Maclaurin de $f(x) = \frac{1}{1-3x^2}$ es ____________________

10. Si $\mathbf{a} = <1,3,2>$, $\mathbf{b} = < -3,0,1>$
Un vector perpendicular a los vectores **a** y **b** es ____________

11. Para los mismos vectores del problema anterior . El vector proy $\mathbf{a}_{\mathbf{b}}$ es __________

12. La ecuación del plano que contiene el punto (4,-1,2) y es paralelo al plano $x + y - 2z = 4$ es
_________________.

13Las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos (1,0,2) y (2,1,4) son
$x =$ ____________ , $y =$_____________, $z =$ ___________________.

14. La ecuación de la esfera con centro en (2,4,7) y tangente la plano $4x - 8y + z - 1 = 0$ es
___________________________________.

15. La ecuación en polares $\theta = \frac{\pi}{3}$ tiene la siguiete ecuación en coordenadas rectangulares
_________________.

II[20]. Escriba en el espacio provisto **V** si el enunciado es verdadero y **F** si el enunciado es falso.

( )16. <2,-3,2> es un vector perpendicular a la recta x-1 = 4t, y -3 = 2 t , z -1 = -t

( )17.La solución de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = 6 - 3y$ con condición inicial y(0)= 8 es una función decreciente.

( )18. La intersección de la superficie z = cos x + cos y con el plano x z es la curva z= cos x + 1

( )19.La integral $\int_0^{\infty} \frac{5}{x^2+1}dx$ converge

( )20 De los puntos A(4,3,7) , B(6,0,5) y C(3,8,6) el mas lejano al plano x y es el B

( )21. La recta x= 3 + t, y = 2 - 4 t, z =t contiene el punto $(\frac{7}{2}, 0 , \frac{1}{2})$

( )22. La ecuación polar para la curva $(x^2 + y^2)^2 - 2y = 0$ es $r = \sqrt[3]{2 \operatorname{sen} \theta}$

( ).23.La ecuación $16x^2 - 9y^2 - 9z^2 + 144 = 0$ es un hiperboloide de dos hojas.

( ).24.Si **f**(t)= (sen t) **i** + (csc t) **j** entonces el gráfico de **f**(t) es una parábola.

( ).25.La recta tangente a la función vectorial **f**(t)= (e^t)**i** + $(t e^t)$ **j** + $(t^2 + 4)$**k** en el punto (1,0,4) es x= 1 - t , y= t , z = 4

III[10]. 1. Determine si las siguientes series son absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n-3}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^4}{n^6+3}$

2[12].Grafique las superficies cuyas ecuaciones estan dadas a continuación:

(a) $\theta = \frac{\pi}{3}$ (cilindricas o esféricas)

(b) $\phi = \frac{2}{3}\pi$ (esféricas)

(c) $\frac{z^2}{4} + x^2 + y^2 = 1$ (rectangulares)

3[6]. Una partícula se mueve a lo largo de la trayectoria $\mathbf{r(t)} = t^2\ \mathbf{i} + t^{-2}\mathbf{j}$ halle la velocidad y aceleración de la partícula en t=1 y la magnitud de la velocidad y de la aceleración

4[7].Encuentre la longitud de la curva $\mathbf{r}(t) = (\cos(3t) + 1)\ \mathbf{i} + (\operatorname{sen}(3t) - 1)\ \mathbf{j} + \sqrt{7}\ \mathbf{k}$ para $0 \leq t \leq \pi$