**Universidad de Puerto Rico** **Recinto Universitario de Mayagüez** **Departamento de Matemáticas**

**MATE3032** **Examen Final** **9 de diciembre de 2005**

Nombre: ________________________________ Número de Estudiante: _______________

Profesor: __________________________________ Sección ________

Instrucciones: Debe mostrar todo su trabajo. Resuelva todos los problemas. Se requiere el uso de calculadoras científicas. El examen tiene un valor de 110 puntos.

I. [28 puntos] En los siguientes problemas se corregirá **únicamente** la respuesta, la cual debe ser escrita en el recuadro correspondiente a la pregunta:

| Pregunta | Respuesta |
|---|---|
| 1. El centro y radio de la esfera $x^2+y^2+z^2-6x+12y-18z+2=0$ es: | |
| 2. Identifique la superficie cuya ecuación en coordenadas cilíndricas es $z=r^2$ | |
| 3. La solución de la ecuación diferencial $xyy'=\ln x$ con valor inicial $y(1)=-2$ es: | |
| 4. Encuentre dos vectores unitarios que son ortogonales a : $\vec{j}+2\vec{k}$ y $\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ | |
| 5. Evaluar la integral $\int_0^{p/2}\frac{\cos x}{1+\sin x}\,dx$ | |
| 6. Halle el dominio de la función vectorial $\vec{r}(t)=\frac{t+4}{t-4}\vec{i}+\cos t\,\vec{j}+\ln(t^2-9)\,\vec{k}$ | |
| 7. El intervalo abierto de convergencia de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2x)^n}{n3^n}$ | |

II. [16 puntos] En cada uno de los siguientes ejercicios determine si el enunciado es cierto (C) o falso (F), completando el espacio en blanco:

1. La curva representada por la ecuación vectorial $\vec{r}(t) = t^3\,\vec{i} + 2t^3\,\vec{j} + 3t^3\,\vec{k}$ es una recta ______

2. Si $f(x) \le g(x)$, $\int_0^\infty g(x)dx$ es divergente, entonces $\int_0^\infty f(x)dx$ también diverge ______

3. La expresión $\dfrac{x^2+4}{x^2(x\ \ -4)}$ es equivalente en fracciones parciales a: $\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x^2}+\dfrac{C}{x-4}$ ______

4. La ecuación diferencial $y' = 3y - 2x + 6xy - 1$ es separable ______

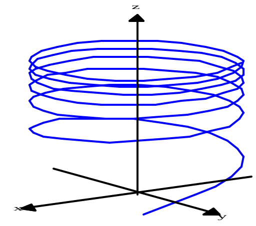
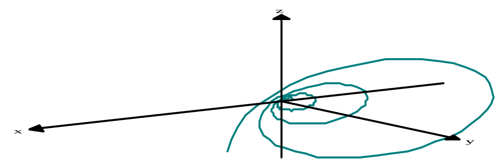
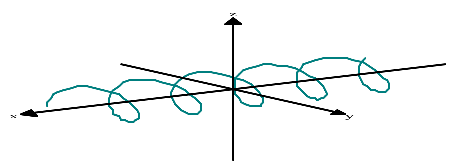
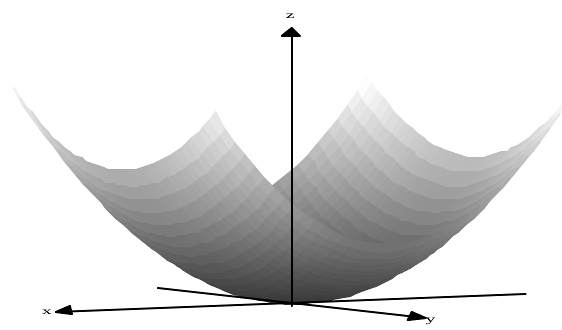
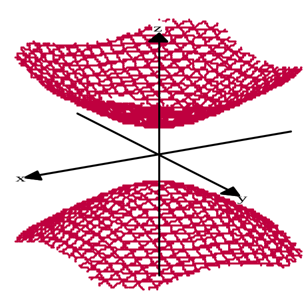
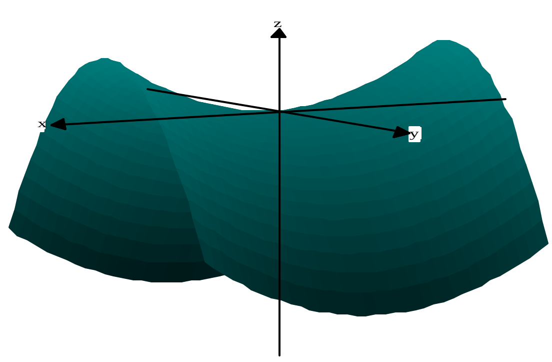
5. Las curvas en coordenadas polares $r = 1 - \sin(2q)$ y $r = \sin(2q) - 1$ tienen la misma gráfica ______

6. Si $\vec{u}(t)$ y $\vec{v}(t)$ son funciones vectoriales, entonces: $\lim\limits_{t\to a}\left(\vec{u}(t)\,\vec{v}(t)\right) = \lim\limits_{t\to a}\vec{u}(t)\,\lim\limits_{t\to a}\vec{v}'(t)$ si los límites existen ______

7. Si $f(x) = 2x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \cdots$ entonces $f'''(0) = 2$ ______

8. El conjunto de puntos $\left\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2=4\right\}$ es una circunferencia ______

III. (18 puntos) Paree la ecuación de la curva o superficie con su correspondiente gráfica

| | |
|---|---|
| 1. $z - x^2 + 3y^2 = 0$ |  a. |
| 2. $x = t, y = \cos(4t), z = \sin(4t)$ |  b. |
| 3. $z = 2x^2 + y^2$ |  c. |
| 4. $x = \cos t, y = \sin t, z = \ln t$ |  d. |
| 5. $z^2 - 2x^2 - 2y^2 = 4$ | e.  |
| 6. $x = e^{-t}\cos(7t),\ z = e^{-t}\sin(7t),\ y = e^{-t}$ |  f. |

IV.

1. (6 puntos) Evaluar $\int_{-2}^{2} \frac{1}{16-x^2}\, dx$

2. (7 puntos) Un tanque lleno de agua tiene la forma de un paraboloide de revolución, su forma se obtiene al rotar la parábola $y = x^2$ alrededor del eje Y. Si la altura es de 4 pies y el radio de la parte de arriba es de 4 pies, determine el trabajo que se necesita para vaciar el tanque por arriba.

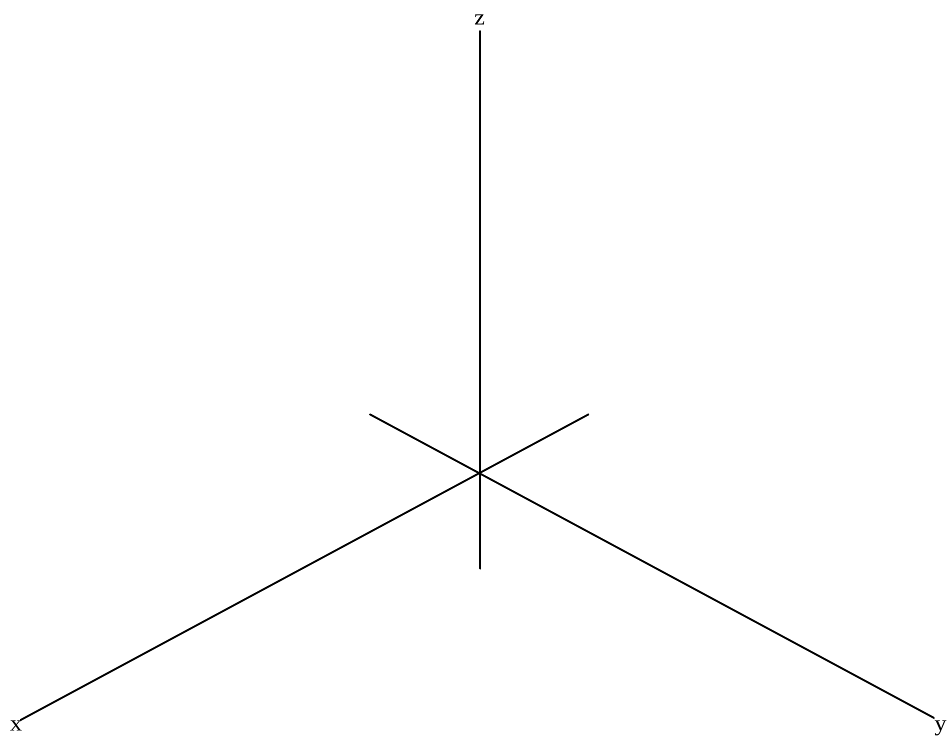
3. (5 puntos) Determine si la serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{\ln n}$ es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergen.

4. (8 puntos) Un tanque contiene 100 litros de agua pura. Agua mezclada que contiene 0.1 kilogramos de sal por litro entra al tanque a razón de 10 litros por minuto. La solución se mezcla continuamente y sale del tanque a la misma razón. ¿Cuánta sal hay en el tanque después de 6 minutos?

5. (6 puntos) Determine la ecuación de un plano que pasa por el punto (1,2,3) y contiene a la recta $x = 4 - 2t, y = 3 + 5t, z = 7 + 4t$

6. Considere la superficie: $4x^2 + 9z^2 = 9y$
   a. (3 puntos) determine las trazas con los planos XY, XZ y YZ

   b. (5 puntos) trace la gráfica de la superficie




7. (8 puntos) Considere la función vectorial $\vec{r}(t) = \left\langle e^t \sin(2t), e^t \cos(2t), e^t \right\rangle$, y $C$ la curva determinada por esa función vectorial. Determine $\vec{r}'(t)$, el vector tangente a $C$ para *t=0* y las ecuaciones paramétricas de la recta tangente a $C$ en *t=0*.