

Nombre _____ . Número de estudiante _____

Profesor _____ . Sección _____ .

Instrucciones: Debe mostrar todo su trabajo. Resuelva todos los problemas. Se requiere el uso de calculadora científica. El examen tiene un valor de 106 puntos.

I. [27puntos] Coloque la respuesta en el espacio provisto.

1. El centro y el radio de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 4x + 8z + 2 = 0$ es : _____

2. El valor o valores de x para que los vectores $\langle x, 2, -1 \rangle$ y $\langle 1, x, x^2 \rangle$ sean ortogonales es _____

3. Una fuerza constante $\vec{F} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ mueve un objeto sobre una recta del punto $(2, 0, 3)$ al punto $(6, 3, 5)$. Si la distancia se mide en metros y la fuerza en Newtons, el trabajo realizado es :

_____ .

4. La integral $\int_{-1}^{\infty} 5 \frac{dx}{1+x^2}$ converge a _____ .

5. Si representamos la función $f(x) = \frac{1}{3-x}$ por una serie de potencias en el intervalo $-3 < x < 3$ obtenemos la serie _____ .

6. La intersección de la superficie $z = \cos x + 2 \cos y$ con el plano xz es _____

7. La suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+3}}{5^n}$ es: _____

8. El dominio de la función vectorial $\vec{r} = \sqrt{2-t} \vec{i} + e^{t-1} \vec{j} + \ln(t+1) \vec{k}$ es _____

9. La ecuación de un elipsoide con centro en $(0, 0, 0)$ y que corta al eje x en 4, al eje y en 2 y al eje z en 1 es _____ .

II. Seleccione la contestación correcta, después de resolver el problema. Debe mostrar su trabajo y cualquier justificación matemática necesaria que le condujo a la alternativa seleccionada.
20 puntos.

1. El extremo de un tanque tiene la forma de la región acotada por las gráficas $y = x^2$, $y = 4$, donde tanto x como y están medidos en pies.

Halle la fuerza hidrostática en el extremo del tanque si está lleno de agua. Asuma que la densidad del agua es $62.5 \frac{lb}{pie^3}$

- a. 3200 lb
- b. 1600 lb
- c. $\frac{3200}{3}$ lb
- d. $\frac{1600}{3}$ lb
- e. Ninguna de las anteriores

2. Un acuario tiene 7 m de largo, 1 m de ancho 1 m de profundidad y está lleno de agua. Encuentre el trabajo necesario para bombear la mitad el agua del acuario. (Use el hecho que la densidad del

agua es $1000 \frac{kg}{m^3}$ y $g = 9.8 \frac{m}{seg^2}$

- a. 8,575 J
- b. 7,575 J
- c. 8,425 J
- d. 8,586 J
- e. 8,587 J
- f. 8,675 J

3. Resolver la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = 35 + 7y + 5x + yx$

- a. $y = -5 + c e^{t^2 - 7t}$
- b. $y = -5 + c e^{\frac{1}{2}t + 7t^2}$
- c. $y = -5 + c e^{t^2 + 7t}$
- d. $y = -5 + c e^{\frac{1}{2}t^2 + 7t}$
- e. $y = -5 + c e^{\frac{t^2}{2} - 7t}$
- f. Ninguna de las anteriores

4. Un termómetro es llevado de una habitación donde la temperatura es $17^\circ C$ al patio donde la temperatura es $9^\circ C$. Después de 1 minuto la lectura del termómetro es $13^\circ C$. Use la ley de enfriamiento de Newton para determinar el tiempo cuando el termómetro alcance 10°

- a. $t = 3$ minutos
- b. $t = 3.5$ minutos
- c. $t = 1.5$ minutos
- d. $t = 6.0$ minutos
- e. $t = 2.8$ minutos
- f. Ninguna de las anteriores

III. Evalúe las siguientes integrales y coloque la respuesta en el espacio provisto.
15 puntos.

1. $\int \frac{x+12}{x^2+3x-10} dx =$ _____

2. $\int_{\frac{-1}{\sqrt{3}}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx =$ _____

3. $\int_{\frac{-\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx =$ _____

IV. Determine si las siguientes series son absolutamente convergentes, condicionalmente convergente o divergente. (En el caso que sea posible encontrar la suma de la misma. 15 puntos

1.
$$\sum_{n=2}^{\infty} 7 \left(\frac{3}{4} \right)^{n-1}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 + \cos n}{4^n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \tan^{-1} n}{n^2}$$

6 puntos

V. 1. Halle la longitud de la curva descrita por $\vec{r}(t) = 3 \cos t \vec{i} + 3 \sin t \vec{j} + 4t \vec{k}$, $0 \leq t \leq 2\pi$

6 puntos

2. Halle la ecuación del plano que contiene el punto (4,-1,2) y es paralelo al plano $x + y - 2z = 4$.

3.[6 puntos]Halle las ecuaciones paramétricas de la recta tangente a $\vec{r}(t) = (e^t)\vec{i} + (te^t)\vec{j} + (t^2 + 4)\vec{k}$ en el punto (1,0,4)

3. Considere la superficie $4x = y^2 + 4z^2$

4puntos

a. Determine las trazas con los planos XY ,XZ, YZ

6 puntos

b. Trace la gráfica de la superficie