Universidad de Puerto Rico **Recinto Universitario de Mayagüez** **Departamento de Matemáticas**

MATE3032 **Examen Final** **21 de mayo de 2005**

Nombre: ________________________________ Número de Estudiante: _______________

Profesor: __________________________________ Sección ________

Instrucciones: Debe mostrar todo su trabajo. Resuelva todos los problemas. Se requiere el uso de calculadoras científicas. El examen tiene un valor de 110 puntos.

I. [36 puntos] En los siguientes problemas se corregirá **únicamente** la respuesta, la cual debe ser escrita en el recuadro correspondiente a la pregunta:

Pregunta	Respuesta
1. El centro y radio de la esfera $x^2+y^2+z^2+4x+6y+10z+2=0$ es:	
2. El valor de x para que los vectores $<3,2,x>$ y $<2x,4,x>$ sean ortogonales	
3. Los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tienen magnitud 5 y 2, respectivamente, y forman un ángulo de 45°, halle: $\left\lvert \vec{u}\times\vec{v} \right\rvert$	
4. Una fuerza constante $F=4\vec{i}+5\vec{j}+10\vec{k}$ mueve un objeto sobre el segmento de recta que va de (1,0,2) a (5,3,8). Halle el trabajo si la distancia se mide en metros y la fuerza en Newtons.	
5. Dada la integral $\int_2^\infty \frac{dx}{x\ln x}$, determine si converge o diverge	
6. Halle el dominio de la función vectorial $\vec{r}(t)=\sqrt{1-t}\,\vec{i}+\frac{e^t-1}{t}\vec{j}+\ln(t+1)\vec{k}$	
7. La suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{2n+1}}{5^n}$ es:	
8. El intervalo abierto de convergencia de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^n}{n5^n}$	
9. La ecuación de un elipsoide con centro en (0,0,0) y que corta al eje ***X*** en 8, al eje ***Y*** en 3 y al eje ***Z*** en 1 es:	

II. [22 puntos] En cada uno de los siguientes :ejercicios determine si el enunciado es ciertos (C) o falso (F), completando el espacio en blanco:

1. La curva representada por la ecuación vectorial $\vec{r}(t) = t^2\,\vec{i} + 2t\,\vec{j} + 2t^3\,\vec{k}$ es una recta ______

2. $\int_1^\infty \frac{dx}{x^{\sqrt{2}}}$ converge ______

3. Si una función f es continua y decreciente en $[1,\infty)$ y $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$, entonces $\int_1^\infty f(x)dx$ es convergente ______

4. La expresión $\frac{x^2-4}{x(x^2+4)}$ es equivalente en fracciones parciales a: $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+4}$ ______

5. La ecuación diferencial $y' = x + y$ es separable ______

6. La curva en coordenadas polares $r = 1 - \cos q$ es simétrica con respecto al eje Y ______

7. Si $-1 < a < 1$, entonces $\lim_{n\to\infty} a^n = 0$ ______

8. La prueba de la razón puede ser usada para determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ es convergente o divergente ______

9. Si $a_n > 0$ y $\sum a_n$ converge, entonces $\sum (-1)^n a_n$ converge ______

10. Para cualquier par de vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en V_3, $\vec{u}\times\vec{v} = \vec{v}\times\vec{u}$ ______

11. Para cualquier par de vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en V_3, $\left(\vec{u}\times\vec{v}\right)\bullet\vec{v} = 0$ ______

III.

1. (6 puntos) Evaluar $\int_1^e x \ln x \, dx$

2. Dada la ecuación diferencial $y' = \sqrt{y}$ con $y(0) = 1, 0 \le x \le 5$
   a. (4 puntos) use el método de Euler con $h=0.5$ para aproximar $y(2)$

   b. (5 puntos) hallar la solución particular exacta y determine el error al usar la parte a) para estimar y(2)

3. (10 puntos) Determine si las siguientes series son absolutamente convergentes, condicionalmente convergentes o divergentes:

   a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n^2}$

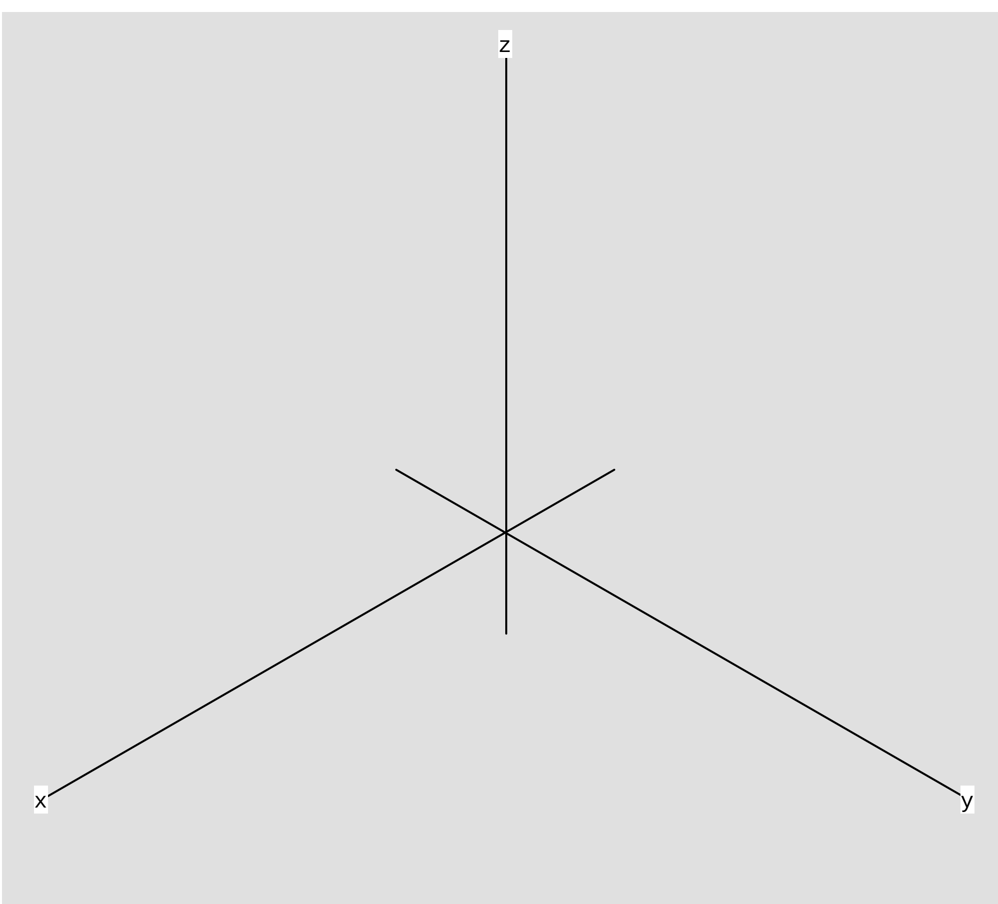
   b. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+4}{2^n}$

4. (5 puntos) Aproxime $\int_0^{0.1} e^{-x^2}\,dx$ con 6 cifras decimals (sugerencia: use la serie de MacLurin para la función $f(x) = e^x$)

5. (6 puntos) Determine la ecuación paramétrica de la recta que es la intersección de los planos: $2x - y + 4z = 4$ y $x + 3y - 2z = 1$

6. Considere la superficie: $4x^2 + 9y^2 = 9z^2$
   a. (3 puntos) determine las trazas con los planos XY, XZ y YZ

   b. (5 puntos) trace la gráfica de la superficie



7. (8 puntos) Considere la curva *C* con ecuaciones paramétricas $x = t, y = t^2, z = t^3, t \geq 0$, encuentre la ecuación paramétrica de la recta tangente a *C* en el punto para $t=2$.