

Universidad de Puerto Rico
Recinto Universitario de Mayagüez
Departamento de Matemáticas
MATE 3032 **Examen Final**
Segundo Semestre 2001-2002
19 de mayo de 2002

Nombre: _____

Número de Estudiante: _____ Sección: _____

(25 puntos) 1. Evalúe cada integral.

a: $\int e^x \operatorname{sen}(x) dx$

b: $\int \sec^2(x)e^{\tan x} dx$

c: $\int \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$

d: $\int \operatorname{sen}^3 \theta d\theta$

e: $\int_0^1 \ln x dx$

(6 puntos) 2. Resuelva el problema de valor inicial $\frac{dy}{dx} = \frac{x(2y-1)}{x^2+1}$, $y(0) = 1$.

(3 puntos) 3. Halle $f'(2)$ si $f(x) = e^{g(x)}$ y $g(x) = \int_2^x \frac{t}{1+t^4} dt$.

(5 puntos) 4. Halle la serie de Maclaurin de $f(x) = x - \sin(2x/3)$.

(9 puntos) 5. Si $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 9\hat{k}$ y $\vec{b} = \langle -3, 2, 1 \rangle$, halle:

(1 punto) i: $\|\vec{a}\| =$ _____

(1 punto) ii: $\|\vec{b}\| =$ _____

(1 punto) iii: $4\vec{a} - 7\vec{b} =$ _____

(1 punto) iv: $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

(1 punto) v: $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____

(1 punto) vi: $\vec{b} \times \vec{a} =$ _____

(1 punto) vii: $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) =$ _____

(1 punto) viii: $\text{proj}_{\vec{b}} \vec{a} =$ _____

(1 punto) ix: seno del ángulo entre \vec{a} y $\vec{b} =$ _____

(4 puntos) 6. Cambie $x^2 + y^2 + 5y - z^2 + 2z = 0$ de coordenadas rectangulares a coordenadas cilíndricas.

(4 puntos) 7. Cambie $3x^2 + y^2 - z^2 = 1$ de coordenadas rectangulares a coordenadas esféricas.

(6 puntos) 8. Halle el punto en que se intersecan la recta que es perpendicular al plano $2x - y - z = 4$ y que además pasa por el origen con el plano $3x - 5y + 2z = 6$.

(6 puntos) 9. Sea $\vec{\mathbf{a}} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ y $\vec{\mathbf{b}} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. Halle una ecuación de la recta paralela al vector $\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}$ que pasa por el punto $(1, 2, 3)$.

(12 puntos) 10. Llene el blanco pareando cada ecuación con su respectiva gráfica.

(3 puntos) 11. ¿Cuál(es) de las siguientes series convergen?

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^2 + 1}$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{0.9}}$ 3. $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{2})^n$ 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+1}}$ 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$

a : ninguna

b : 2

c : 2 y 4

d : 3 y 4

e : 4

f : 4 y 5

g : 2 y 3

h : todas

(7 puntos) 12. Considere la sucesión $(a_n) = \left(\frac{3}{2}\right)^n$ donde $n \geq 1$.

a : Escriba los primeros cinco términos: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 .

b : Dibuje la gráfica de la sucesión.

c : Halle el límite de la sucesión, si existe.

d : Sea $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$. Escriba los primeros 5 términos de esta sucesión.

e : Halle el límite de la sucesión (b_n) .

f : Suponer que $s_N = \sum_{n=1}^N a_n$, escriba los primeros 5 términos de esta sucesión.

g : Determine si la sucesión s_n converge.

(3 puntos) 13. Considere la serie $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{3}{n(n-1)}$

a: ¿ Es telescópica?

b: Determine si converge o diverge. Si converge, halle la suma.

(3 puntos) 14. Halle el intervalo de convergencia de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n(n+1)}$.

(4 puntos) 15. Exprese $\int \frac{\text{sen } x}{x} dx$ como una series de potencias.