

# XXII Competencia de Cálculo

Departamento de Ciencias Matemáticas  
Recinto Universitario de Mayagüez  
Universidad de Puerto Rico

14 de marzo de 2023  
Día de  $\pi$

CÓDIGO DE ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_  
(Escribir el código solamente, no escriba su nombre.)

NO ESCRIBIR DEBAJO DE ESTA LINEA

---

Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	
Problema 7	
Problema 8	
Problema 9	
Problema 10	
<b>TOTAL</b>	

## PROBLEMA 1

Evaluar este límite.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{sen} 4x \operatorname{sen} 3x}{x \operatorname{sen} 2x} \right)$$

## PROBLEMA 2

Sea

$$f(x) = \frac{x}{e^{2x}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

- (a) Demostrar que  $f(x)$  alcanza un valor máximo absoluto.
- (b) Hallar el valor máximo absoluto de  $f(x)$ .

### PROBLEMA 3

Hallar el valor único de la constante  $a$  tal que el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{2x} - 3x}{x^2}$$

tiene un valor finito. Evaluar el límite con ese valor de  $a$ .

## PROBLEMA 4

Evaluar esta integral definida.

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$$

## PROBLEMA 5

Evaluar

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5 - \sqrt{h^2 + 8h + 25}}{5h\sqrt{h^2 + 8h + 25}}$$

interpretando el límite como la derivada de una función apropiada  $f(x)$ .

## PROBLEMA 6

Evaluar

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{n}{(n+i)^2}$$

interpretando el límite como una integral definida de la forma

$$\int_0^1 f(x) dx$$

para una función apropiada  $f(x)$ .

## PROBLEMA 7

Dado

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{e^t - 1} dt$$

Evaluar

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$$



## PROBLEMA 8

Demostrar que esta serie converge absolutamente. Hallar la suma de la serie.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n(2n+1)}$$

## PROBLEMA 9

Considera la serie infinita

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{n(n+1)(n+2)}$$

(a) Hallar un fórmula en forma cerrada  $f(N)$  para la N-ésima suma parcial

$$S_N = \sum_{n=1}^N \frac{3n+4}{n(n+1)(n+2)}$$

de la serie.

(b) Hallar la suma de la serie.

## PROBLEMA 10

El estrofoide mostrado en la figura abajo tiene la ecuación cartesiana

$$y^2(a+x) = x^2(a-x)$$

en donde  $a$  es una constante positiva. Hallar el área de la región sombreada.

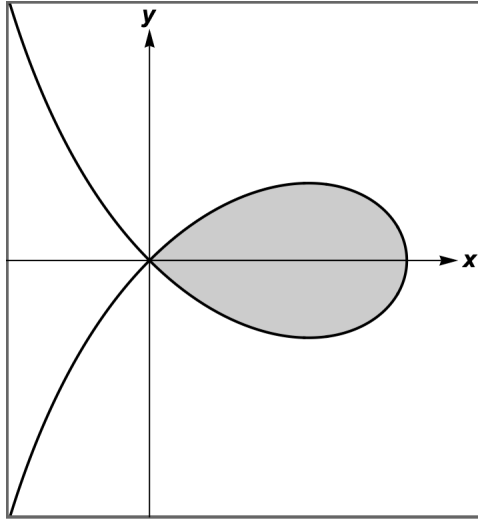


Figura 1: Estrofoide  $y^2(a+x) = x^2(a-x)$