

Problemas Misceláneos de Cálculo Parte 1

Departamento de Ciencias Matemáticas
Recinto Universitario de Mayagüez
Universidad de Puerto Rico

7 de febrero de 2024

PROBLEMA 1

Evaluar esta integral.

$$\int_0^2 [x^2] x dx$$

en donde $[y]$ es la función parte entera: Si la expansión decimal de $y \geq 0$ es $a.bcde\dots$, entonces

$$[y] = [a.bcde\dots] = a \quad (a \geq 0)$$

(Otros nombres y símbolos: función piso, función entero mayor, $E(y)$, $Ent(y)$, $[y]$.)

PROBLEMA 2

Hallar los puntos de inflexión de la función

$$f(x) = e^{-x^2}$$

PROBLEMA 3

Evaluar esta integral

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x+1}{x^2+1} dx$$

PROBLEMA 4

Hallar el valor máximo y el valor mínimo de la función

$$f(x) = x\sqrt{2-x^2}$$

en su dominio.

PROBLEMA 5

Hallar los puntos de la parábola

$$y = 1 - x^2$$

más cercanos al origen.

PROBLEMA 6

Suponer que una caja rectangular tiene una base cuadrada y que su área de superficie es 24cm^2 . Hallar el volumen máximo posible de la caja.

PROBLEMA 7

Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva

$$y = 2x^3 + 3x^2 + 6x$$

en el punto

$$x = 1$$

PROBLEMA 8

Hallar la ecuación de la recta ℓ que es tangente a las curvas

$$y = f(x) = x^2 + x + 5 \quad \text{y} \quad y = g(x) = x^2 - 5x + 20$$

en los puntos P y Q , respectivamente. Ver la figura.

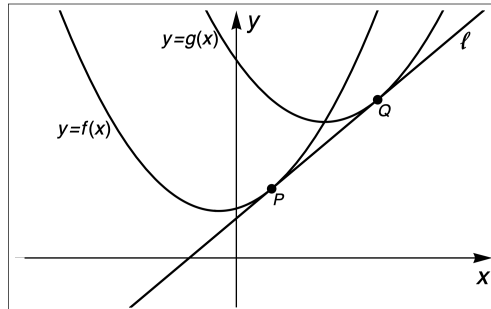


Figura 1: Recta tangente común a dos parábolas

PROBLEMA 9

Hallar los puntos de inflexión de la función

$$f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2$$

PROBLEMA 10

Hallar los puntos de inflexión de la función

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$$

PROBLEMA 11

Hallar la ecuación de la recta tangente al círculo

$$x^2 + y^2 = 25$$

en el punto

$$(3, 4)$$

PROBLEMA 12

Hallar las coordenadas de los puntos de la elipse

$$x^2 - xy + y^2 = 1$$

en donde la recta tangente es horizontal.

PROBLEMA 13

Evaluar esta integral

$$\int_0^3 x\sqrt{9-x^2} dx$$

PROBLEMA 14

Evaluar esta integral.

$$\int \frac{1}{(\cos x + \operatorname{sen} x)^2} dx$$

PROBLEMA 15

Hallar el área de la región encerrada por las curvas

$$xy = 4 \quad y \quad x + y = 5$$

PROBLEMA 16

Hallar la ecuación de la recta tangente a esta curva en $x = 1$.

$$y = \int_0^x \frac{t}{1+t^4} dt$$

PROBLEMA 17

Hallar los puntos críticos de la función

$$f(x) = \int_x^{ex} e^{-t^2} dt$$