



**EXAMEN FINAL**

**Mayo 2024**

**Valor: 105%**

Nombre: \_\_\_\_\_

No. Est: \_\_\_\_\_

Profesor: \_\_\_\_\_

Sección: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- Dispone de 2 horas para responder el examen.
- Debe apagar y guardar todo teléfono celular y todo reproductor de música.
- En los problemas abiertos debe mostrar claramente su procedimiento de lo contrario no obtendrá puntos parciales.
- Puede utilizar calculadora no gráfica.
- No puede utilizar hojas adicionales

Parte I. (54 puntos) Escoge.

**En los siguientes ejercicios seleccione la mejor alternativa. Responder en la siguiente tabla.** (3 puntos cada uno)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)		

(1) \_\_\_ Dado que

$$f(x) = \begin{cases} x - 3 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{si } -1 < x < 5 \\ 1 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

entonces

- A.  $f(-1) = -4$  y  $f(1) = 0$                       B.  $f(-1) = 1$  y  $f(1) = 1$   
 C.  $f(-1) = -4$  y  $f(1) = 1$                       D.  $f(-1) = 1$  y  $f(1) = 0$   
 E. Ninguna de las anteriores.

(2) \_\_\_ La solución de la desigualdad simultánea  $-3 < \frac{2-x}{2} < 5$  es:

- A.  $(-8, 8)$                       B.  $(-3, 5)$                       C.  $(-6, 10)$                       D.  $(-2, 4)$   
 E. Ninguna de las anteriores.

(3) \_\_\_ Simplifique sin valor absoluto  $|3x - 9|$  si  $x < 3$

- A.  $9 - 3x$                       B.  $3x - 9$                       C.  $x - 3$                       D.  $3 - x$   
 E. Ninguna de las anteriores

(4) \_\_\_ Al simplificar la expresión  $\frac{25x^9y^3z^0}{5x^{10}y^{-3}}$ , y expresar con exponentes positivos, se obtiene:

- A.  $\frac{5}{xy^6}$ .                      B.  $\frac{5y^6}{x}$ .                      C.  $\frac{5}{x}$ .                      D.  $\frac{5x}{y^6}$ .  
 E. Ninguna de las anteriores.

(5) \_\_\_ Al factorizar  $4x^2 - 12xy + 9y^2$ , se obtiene:

- A.  $(3x + 2y)^2$                       B.  $(2x - 3y)^2$                       C.  $(2x + 3y)^2$   
 D.  $(3x - 2y)^2$                       E. Ninguna de las anteriores.

(6) \_\_\_ Las soluciones de  $\sqrt{6x+1} - 5 = 0$ , son:

- A.  $x = 4$  y  $x = -4$                       B.  $x = 4$                       C.  $x = 4$  y  $x = 0$   
 D.  $x = 0$                       E. Ninguna de las anteriores.

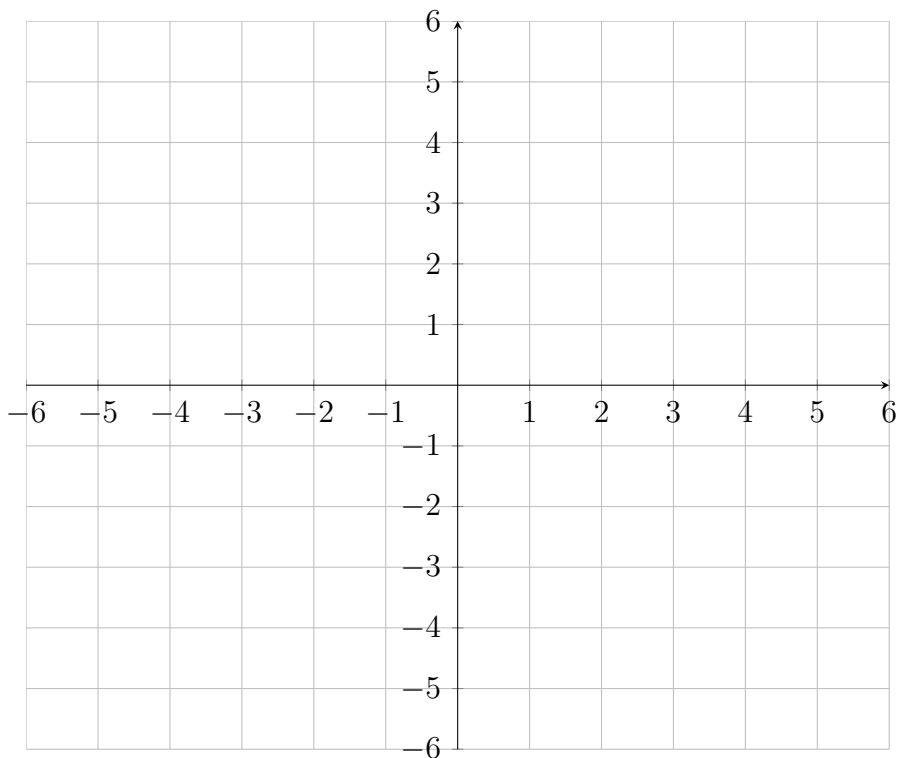
- (7) \_\_\_ Si  $3x^4 - 6x^3 - 18x - 22$  se divide entre  $x - 3$ , entonces el:
- A. Cociente es  $3x^3 + 3x^2 + 9$  y el residuo es 9.  
 B. Cociente es  $3x^3 + 9x + 9$  y el residuo es 5.  
 C. Cociente es  $3x^3 + 3x^2 + 9x + 9$  y el residuo es 5.  
 D. Cociente es  $3x^3 + 3x^2 + 9$  y el residuo es 5.  
 E. Ninguna de las anteriores.
- (8) \_\_\_ La distancia del origen al punto  $(-3, -4)$ , es:
- A. 25                      B. 9                      C. 5                      D. 16  
 E. Ninguna de las anteriores.
- (9) \_\_\_ El centro y el radio de  $(x + 1)^2 + y^2 = 9$ , son:
- A. Centro  $(1, 0)$  y  $r = 9$ .                      B. Centro  $(-1, 0)$  y  $r = 9$ .  
 C. Centro  $(-1, 0)$  y  $r = 3$ .                      D. Centro  $(1, 0)$  y  $r = 3$ .  
 E. Ninguna de las anteriores.
- (10) \_\_\_ La ecuación de la recta paralela al eje  $y$  que pasa por el punto  $(-3, 3)$ , es:
- A.  $y = -3$                       B.  $x = 3$ .                      C.  $y = 3$                       D.  $x = -3$   
 E. Ninguna de las anteriores.
- (11) \_\_\_ El dominio de  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$ , es:
- A.  $[-1, 3)$                       B.  $[1, 3) \cup (3, \infty)$ .                      C.  $(-1, 3]$   
 D.  $[-1, 3) \cup (3, \infty)$ .                      E. Ninguna de las anteriores.
- (12) \_\_\_ La razón de cambio promedio de la función  $f(x) = \frac{1}{x}$  entre  $x_1 = 2$  y  $x_2 = 4$ , es:
- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $-\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{8}$                       D.  $-\frac{1}{8}$   
 E. Ninguna de las anteriores.
- (13) \_\_\_ Si  $y$  es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de  $x$ , entonces:
- A.  $y = \frac{k}{\sqrt{x}}$ .                      B.  $y = kx^2$ .                      C.  $y = \frac{k}{x^2}$ .                      D.  $y = k\sqrt{x}$ .  
 E. Ninguna de las anteriores.
- (14) \_\_\_ Halle una fórmula para la función inversa de una función que toma una entrada cualquiera les resta 4 y luego lo divide por 2:
- A.  $f^{-1}(x) = 2(x + 4)$                       B.  $f^{-1}(x) = 2x + 4$                       C.  $f^{-1}(x) = \frac{x - 4}{2}$   
 D.  $f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - 4$                       E. Ninguna de las anteriores.
- (15) \_\_\_ El residuo que resulta al dividir  $x^4 - 2x^2 - 4$  entre  $x - 1$  es:
- A. -2                      B. 5                      C. -5                      D. 2  
 E. Ninguna de las anteriores.
- (16) \_\_\_ Si el punto  $(6, 8)$  se refleja verticalmente y luego se traslada horizontalmente 3 unidades a la derecha, se convierte en el punto:
- A.  $(-3, 3)$                       B.  $(3, 8)$                       C.  $(3, -8)$                       D.  $(9, -8)$   
 E. Ninguna de las anteriores.
- (17) \_\_\_ El vértice de la función cuadrática  $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$  es:
- A.  $(1, -1)$                       B.  $(-1, 1)$                       C.  $(-1, 11)$                       D.  $(2, -3)$   
 E. Ninguna de las anteriores.
- (18) \_\_\_ ¿Cuáles son las soluciones de  $x^3 + 4x = 0$ ?
- A.  $x = 0, x = 2i$  &  $x = -2i$ .                      B.  $x = 0, x = 4i$  &  $x = -4i$ .  
 C.  $x = 0, x = 2i$ .                      D.  $x = 0, x = 2i$  &  $x = -\frac{1}{4}$ .  
 E. Ninguna de las anteriores.

Parte II. (51 puntos) Abiertos.

**Realice los siguientes ejercicios en el espacio provisto. Debe mostrar todo procedimiento realizado para poder recibir puntuación completa.**

- (1) (10 puntos) i. (5 puntos) Halle la ecuación de la recta perpendicular a la recta con ecuación  $3x = 2y - 6$  que pasa por el punto  $(0, 3)$ .

- ii. (5 puntos) Realice la gráfica de las dos rectas en el siguiente plano cartesiano. Identifique los interceptos de cada recta con los ejes.



- (2) (6 puntos) Se tienen dos soluciones ácidas, una al 75% y otra al 45%. Determine qué cantidad de cada una de ellas deben mezclarse para obtener 725 litros al 57% de acidez.

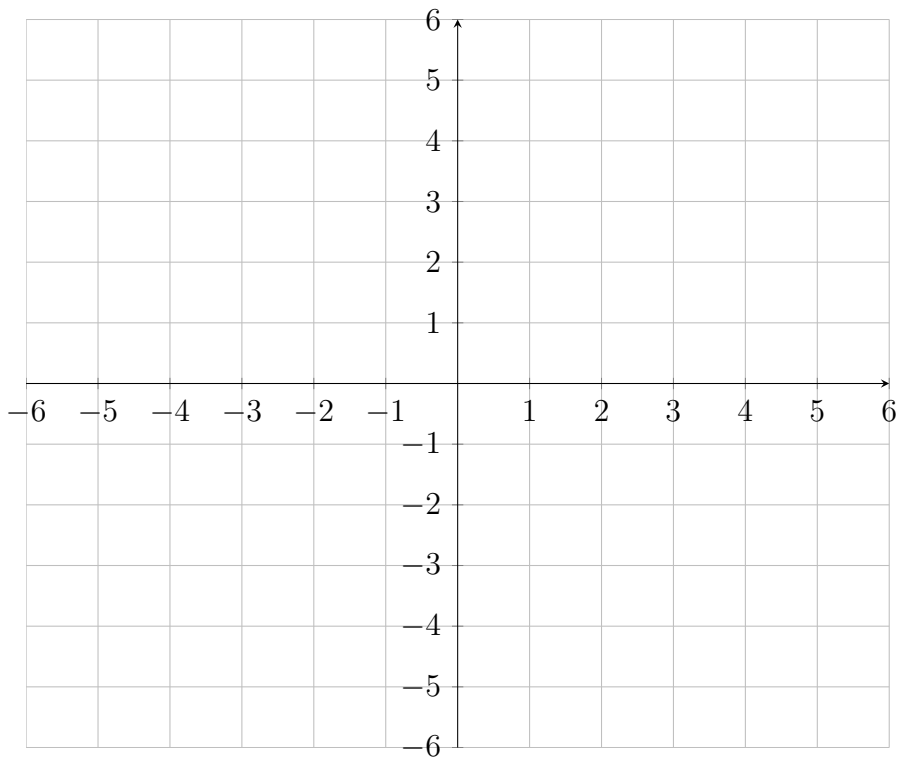
- (3) (6 puntos) Encuentre todos los ceros (reales y complejos) de la función polinómica y factorice completamente la función polinómica.

$$P(x) = 6x^3 - 3x^2 + 4x - 2$$

- (4) (6 puntos) Resuelva  $2x^2 + 5x \leq 3$  y exprese la solución en notación de intervalo.

(5) (13 puntos) Sea  $f(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 4)^2$

i. (5 puntos) Realice la gráfica de  $f(x)$ . Indique el intercepto con el eje  $y$ .



ii. (4 puntos) Determine los intervalos donde la función es creciente y donde es decreciente.

iii. (2 puntos) Determine los máximos y mínimos de la función.

iv. (2 puntos) Determine el dominio y rango de la función.

(6) (10 puntos) Considere la función racional  $r(x) = \frac{2x - 1}{x + 2}$ .

i. (2 puntos) Halle la ecuación de la asíntota horizontal.

ii. (2 puntos) Halle la(s) ecuación(es) de la(s) asíntota(s) vertical(es).

iii. (1 puntos) Halle los interceptos con el eje  $x$ .

iv. (1 puntos) Halle el intercepto con el eje  $y$ .

v. (4 puntos) Use la información anterior para dibujar la gráfica de  $r$ . Dibuje las asíntotas e interceptos con los ejes.

