

XXIII Competencia de Cálculo

Recinto Universitario de Mayagüez
Universidad de Puerto Rico

14 de marzo de 2024
Día de π

CÓDIGO DE ESTUDIANTE: _____
(Escribir el código solamente, no escriba su nombre.)

NO ESCRIBIR DEBAJO DE ESTA LINEA

Problema 1	/7
Problema 2	/7
Problema 3	/7
Problema 4	/7
Problema 5	/7
Problema 6	/10
Problema 7	/10
Problema 8	/10
Problema 9	/10
TOTAL	/75

PROBLEMA 1 (7 puntos)

Hallar el valor máximo y el valor mínimo de la función

$$f(x) = x^3 - 12x$$

en el intervalo

$$-3 \leq x \leq 3$$

PROBLEMA 2 (7 puntos)

Hallar el área de la región en el plano xy entre la parábola

$$y = 7x - x^2$$

y la recta

$$y = x$$

Trazar una gráfica de la región. Sombrar la región.

PROBLEMA 3 (7 puntos)

Evaluar este límite.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - x - 1}{x \operatorname{sen} x} \right)$$

PROBLEMA 4 (7 puntos)

Hallar el área máxima posible de un rectángulo inscrito entre el eje x , el eje y , y la elipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ como se muestra en la figura.

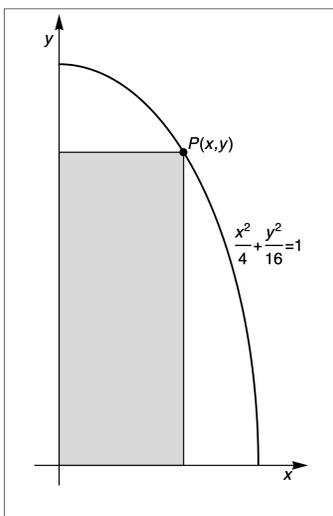


Figura 1: Rectángulo inscrito entre el eje x , eje y , y la elipse

PROBLEMA 5 (7 puntos)

Hallar los puntos críticos de esta función. Clasificar como máximo local o mínimo local.

$$f(x) = x^2 e^{-x^2}$$

PROBLEMA 6 (10 puntos)

Hallar la ecuación de la recta tangente a esta curva en $x = 1$.

$$y = \int_0^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt$$

PROBLEMA 7 (10 puntos)

Hallar las ecuaciones de las rectas por el origen y tangentes a la parábola

$$y = f(x) = 2x^2 + 8$$

PROBLEMA 8 (10 puntos)

Evaluar esta integral.

$$\int_e^{e^e} \frac{1}{x \ln x \cos^2(\ln(\ln x))} dx$$

PROBLEMA 9 (10 puntos)

Evaluar este límite.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \int_1^{n+1} [x]^2 dx$$

La expresión $[y]$ es la función parte entera: Si la expansión decimal de $y \geq 0$ es $a.bcd\ldots$, entonces

$$[y] = [a.bcd\ldots] = a \quad (a \geq 0)$$

(Otros nombres y símbolos: función piso, función entero mayor, $E(y)$, $Ent(y)$, $[y]$.)