



UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO  
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ  
PRECÁLCULO I

**TERCER EXAMEN PARCIAL v1**

**21 de noviembre de 2024**

**Valor: 100%**

Nombre: \_\_\_\_\_

#Est: \_\_\_\_\_

Profesor: \_\_\_\_\_

Sección: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- Dispone de 1 hora y 30 minutos para responder el examen.
- Debe apagar y guardar todo teléfono celular, reloj inteligente y todo reproductor de música.
- En los problemas abiertos debe mostrar claramente y organizadamente su procedimiento de lo contrario no obtendrá puntos parciales.
- Puede utilizar calculadora científica **no gráfica**.
- No puede utilizar hojas adicionales

Parte I. (30 puntos) Escoge. **En los siguientes ejercicios seleccione la mejor alternativa. Coloque sus respuestas en la siguiente tabla.** (3 puntos cada uno)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

(1) \_\_\_ Si  $f$  es una función invertible y  $(-4, 6)$  es un punto que pertenece a la gráfica de  $f$ , entonces:

- A.  $(6, -4)$  pertenece a la gráfica de  $f^{-1}$ .    B.  $(-4, -6)$  pertenece a la gráfica de  $f^{-1}$ .  
 C.  $(-6, -4)$  pertenece a la gráfica de  $f^{-1}$ .    D.  $(-4, 6)$  pertenece a la gráfica de  $f^{-1}$ .  
 E. Ninguna de las anteriores.

(2) \_\_\_ El eje de simetría de la parábola  $y = 4(x + 30)^2 - 16$  es:

- A.  $x = -30$     B.  $x = 30$     C.  $y = -30$     D.  $y = 30$     E. Ninguna de las anteriores

(3) \_\_\_ Si  $(-2, 5)$  pertenece a la gráfica de  $f(x)$ . ¿Dónde estará localizado este punto si  $f(x)$  se refleja horizontalmente y se estira verticalmente por un factor de 3?

- A.  $(-2, 15)$ .    B.  $(2, 15)$ .    C.  $(-6, 5)$ .    D.  $(6, -5)$ .    E. Ninguna de las anteriores.

(4) \_\_\_ Seleccione la función impar:

- A.  $f(x) = x$ .    B.  $f(x) = x^4 - x^2 + x - 1$ .    C.  $f(x) = x^2 - x$ .  
 D.  $f(x) = x^4 + x^2 - 1$ .    E. Ninguna de las anteriores.

(5) \_\_\_ Si  $f(x) = 3x + 5$  entonces la función inversa es:

- A.  $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{5}$ .    B.  $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{3}$ .    C.  $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$ .  
 D.  $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{3}$     E. Ninguna de las anteriores.

(6) \_\_\_ La gráfica de  $h(x) = \sqrt{x-7}$ , se obtiene al trasladar la gráfica de la función  $f(x) = \sqrt{x}$ :

- A. 7 unidades hacia abajo.    B. 7 unidades hacia la izquierda.    C. 7 unidades hacia la derecha.  
 D. 7 unidades hacia arriba.    E. Ninguna de las anteriores.

(7) \_\_\_ El intercepto con el eje de  $y$  de la función  $f(x) = -3(x-2)^2 + 5$  es:

- A.  $(0, -7)$     B.  $(0, -12)$     C.  $(0, 7)$     D.  $(0, 5)$     E. Ninguna de las anteriores.

- (8) \_\_\_ Al simplificar  $5i^{44} + 3i^{41} - i^{36}$ , se obtiene:  
A.  $-4 - 3i$     B.  $4 + i$     C.  $3 - 4i$     D.  $4 + 3i$   
E. Ninguna de las anteriores.

- (9) \_\_\_ Si  $y = f(x)$  es una función, entonces un encogimiento horizontal por un factor de  $\frac{3}{4}$  sería:  
A.  $y = \frac{3}{4}f(x)$ .    B.  $y = f\left(\frac{4}{3}x\right)$ .    C.  $y = f\left(\frac{3}{4}x\right)$ .    D.  $y = \frac{4}{3}f(x)$ .  
E. Ninguna de las anteriores.

- (10) \_\_\_ La función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 3$ , tiene:  
A. 2 soluciones reales.    B. 2 soluciones complejas.    C. Una solución real y una compleja.  
D. No tiene solución, ni real ni compleja.    E. Ninguna de las anteriores.

Parte II. (15 puntos) Llenablancos. **Complete los espacios en blanco con la expresión que esta siendo descrita en los ejercicios.** (3 puntos cada uno).

- (1) Al transformar la función  $f(x) = \sqrt[4]{x}$ , trasladándola 4 unidades a la izquierda y 2 unidades hacia arriba, la función transformada es  $g(x) = \underline{\hspace{4cm}}$ .
- (2) Si  $f(x) = x^3$  es reflejada verticalmente y luego se traslada 10 unidades hacia abajo, la función transformada es  $g(x) = \underline{\hspace{4cm}}$ .
- (3) Al aplicar un estiramiento vertical por un factor de 6 a la función  $f(x) = \frac{1}{x}$  y luego trasladarla 1 unidad a la derecha, la función transformada es  $g(x) = \underline{\hspace{4cm}}$ .
- (4) Tome como función a  $f(x) = |x|$  y refleje la función sobre el eje  $x$  y encoja la función horizontalmente por un factor de  $\frac{1}{6}$ , la función transformada es  $g(x) = \underline{\hspace{4cm}}$ .
- (5) Si la función  $f(x) = \sqrt{x}$  es encogida verticalmente por un factor de  $\frac{4}{5}$  y esta también se refleja sobre ambos el eje de  $x$  y el eje  $y$ , la función transformada es  $g(x) = \underline{\hspace{4cm}}$ .

Parte III. (55 puntos) Problemas Abiertos. **Realice los siguientes ejercicios en el espacio provisto. Debe mostrar todo su procedimiento realizado para poder recibir puntuación completa.**

(1) (8 puntos) Realice y simplifique las siguientes operaciones de números complejos, presente la respuesta en la forma  $a + bi$ .

i. (4 puntos)  $(2 - 3i)(i + 4)(2 + 3i)$

ii. (4 puntos)  $\frac{\sqrt{-81}}{2 + i}$  (Pista: Utilice el conjugado.)

(2) (6 puntos) Halle la forma  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ , de la función cuadrática. Identifique el punto que sería el vértice de la parábola.

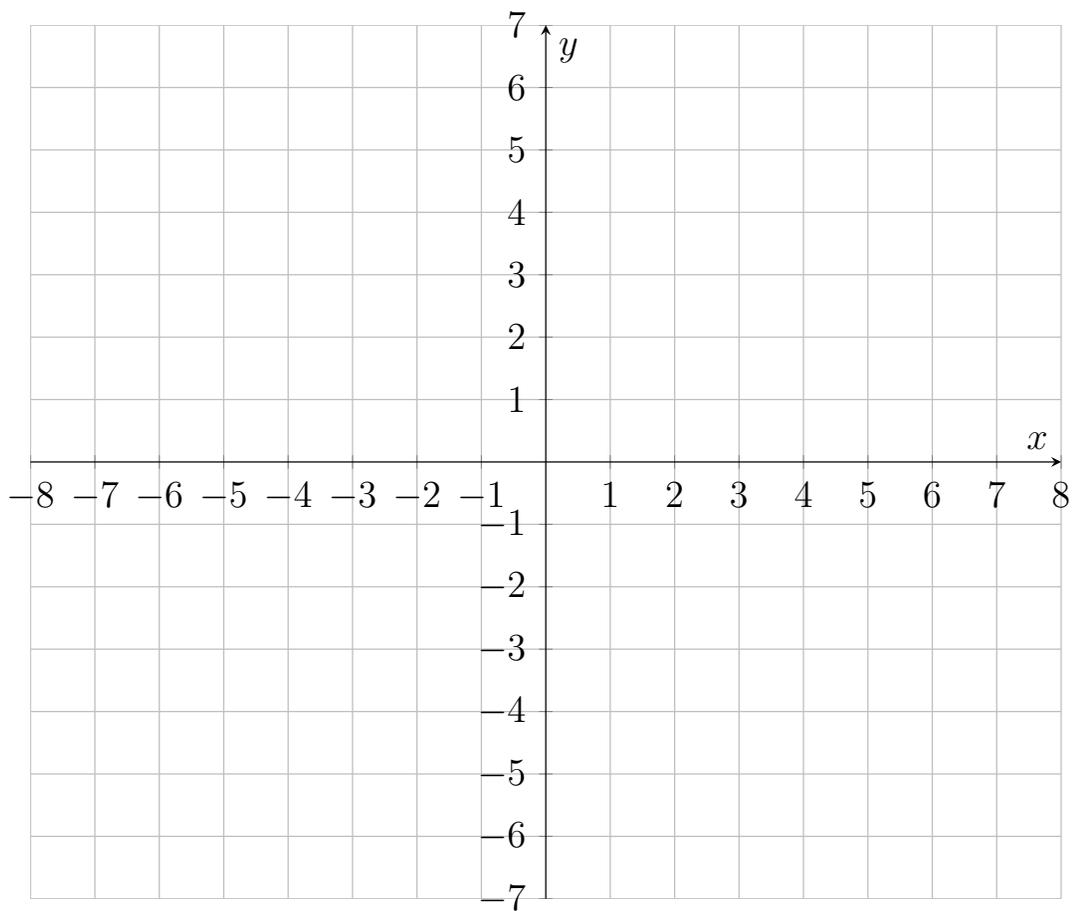
$$f(x) = 2x^2 - 24x + 65$$

(3) (13 puntos) Considere la siguiente función:

$$f(x) = -3\sqrt{x-2} + 3$$

i. (5 puntos) Describa verbalmente las traslaciones, reflexiones, encogimientos y estiramientos que se le deben hacer a la función  $g(x) = \sqrt{x}$  para obtener a  $f(x)$ . Además, escriba la función  $f$  en términos de  $g$ .

ii. (8 puntos) Haga un bosquejo de la gráfica de la función de  $f(x)$ . Especifique por lo menos 3 puntos de la gráfica.

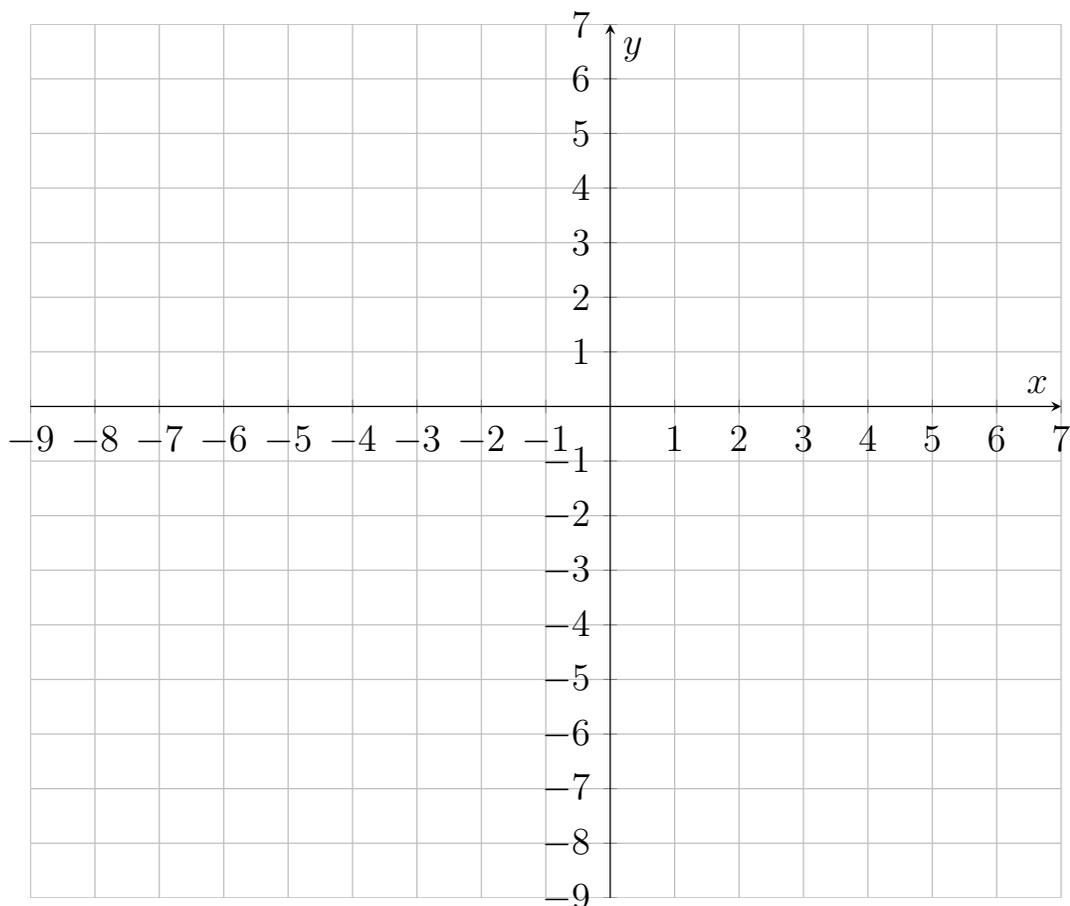


(4) (9 puntos) Si  $f(x) = \frac{3x}{2x-1}$ , entonces

i. (5 puntos) Halle una fórmula para la función inversa de  $f(x)$ .

ii. (4 puntos) Determine el dominio y el rango de ambas  $f(x)$  y su inversa.

(5) (10 puntos) Sea  $f(x) = x^3 - 1$ . Grafique e identifique  $f$  y  $f^{-1}$  sobre el mismo plano coordenado.



(6) (9 puntos) Un jardinero dispone de 1000 metros de cercado para construir una parcela rectangular para cosechar.

i. (2 puntos) Exprese el ancho  $y$  como función del largo  $x$ .

ii. (2 puntos) Exprese el área total  $A$  de la parcela como función de  $x$ .

iii. (5 puntos) Encuentre las dimensiones de la parcela que maximizan el área total encerrada.