



UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ
PRECÁLCULO I

EXAMEN FINAL v1
9 de diciembre de 2024
Valor: 103 pts.

Nombre: _____
Profesor: _____

#Est: _____
Sección: _____

Instrucciones:

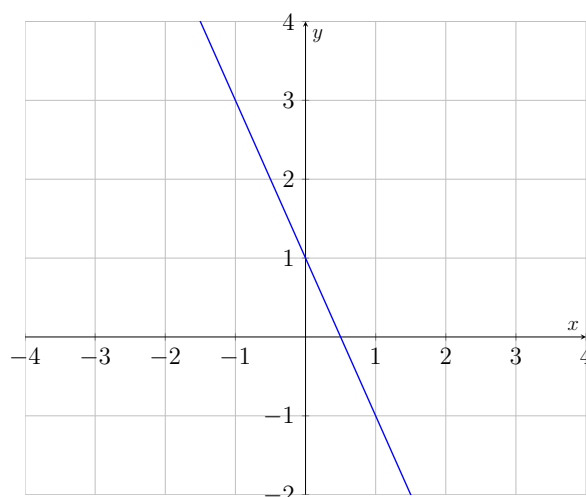
- Dispone de 2 horas para responder el examen.
- Debe apagar y guardar todo teléfono celular, reloj inteligente y todo reproductor de música.
- En los problemas abiertos debe mostrar claramente y organizadamente su procedimiento de lo contrario no obtendrá puntos parciales.
- Puede utilizar calculadora científica **no gráfica**.
- No puede utilizar hojas adicionales

Parte I. (51 puntos) Escoge. **En los siguientes ejercicios seleccione la mejor alternativa. Coloque sus respuestas en la siguiente tabla.** (3 puntos cada uno)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	

- (1) ____ La distancia entre los puntos $(-3, 2)$ y $(3, -3)$ es:
A. $\sqrt{61}$. B. $\sqrt{10}$. C. 1. D. $\sqrt{11}$.
- (2) ____ ¿Cuál de las siguientes es una función **uno a uno**?:
A. $f(x) = x^2$ B. $f(x) = 7$ C. $f(x) = x^3$ D. $f(x) = |x|$
- (3) ____ Dado $f(x) = -x^2 + 10|x| - 19$, calcule $f(-5)$:
A. $f(-5) = 56$. B. $f(-5) = 6$. C. $f(-5) = -6$. D. $f(-5) = 18$.
- (4) ____ Si $x = -4$ es un cero del polinomio $P(x)$, entonces:
A. $P(4) = 4$. B. $(x + 4)$ es un factor del polinomio $P(x)$.
C. El residuo al realizar división sintética con $c = -4$ es distinto de cero.
D. Ninguna de las anteriores.
- (5) ____ Si $f(x) = \frac{x - 7}{10}$ entonces la función inversa es:
A. $f^{-1}(x) = 10x - 7$. B. $f^{-1}(x) = 7x - 10$.
C. $f^{-1}(x) = -10x - 7$. D. $f^{-1}(x) = 10x + 7$
- (6) ____ El dominio, en notación de intervalo, de la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{2x - 3}}$ es:
A. $\left(\frac{2}{3}, \infty\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$
- (7) ____ El rango, en notación de intervalo, de la función $f(x) = \frac{2}{x^4} + 4$ es:
A. $(4, \infty)$ B. $(-\infty, 4)$ C. $(-\infty, 4) \cup (4, \infty)$ D. $(-4, 4)$

- (8) ____ Si $-3x^3 + 6x - 9$ se divide entre $x - 1$, entonces el:
- A. Cociente es $-3x^2 + 6$ y el residuo es -6 .
 B. Cociente es $-3x^2 - 3x + 3$ y el residuo es -6 .
 C. Cociente es $-3x^2 + 3x + 3$ y el residuo es 6 .
 D. Cociente es $-3x^2 - 3 + 6$ y el residuo es 6 .
- (9) ____ Sea $h(x) = x^2 - 3$ y $g(x) = x - 4$, entonces $(h \cdot g)(x)$ es:
- A. $(h \cdot g)(x) = -x^3 - 4x^2 + 3x + 12$. B. $(h \cdot g)(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 12$.
 C. $(h \cdot g)(x) = -2x^3 - 10x^2 - 12x$. D. $(h \cdot g)(x) = x^3 + 8x^2 + 15x^2 - 20$.
- (10) ____ Si f es un polinomio y $x = c$ es un cero de multiplicidad impar, entonces la gráfica de f :
- A. Cruza el eje x en $x = c$. B. Ni toca, ni cruza el eje x .
 C. Toca, pero no cruza, el eje x en $x = c$. D. Ninguna de las anteriores.
- (11) ____ ¿Cuál de las siguientes expresiones es un polinomio?:
- A. $p(x) = -3x^3 + 5x^{\sqrt{2}} - 6$. B. $p(x) = 8x^3 - 2x^5 + \frac{5}{x}$.
 C. $p(x) = 3 - 7x^3 + 5x^5$. D. $p(x) = x^3 - x + x^{-2}$.
- (12) ____ La pendiente de la recta **perpendicular** a $y = -\frac{3}{4}x - 5$ es:
- A. $m = \frac{4}{3}$. B. $m = -\frac{4}{3}$. C. $m = \frac{3}{4}$. D. $m = -\frac{3}{4}$.
- (13) ____ Sea $f(x)$ una función lineal con la siguiente gráfica. Identifique la fórmula de $f(x)$:



- A. $f(x) = 2x - 1$. B. $f(x) = -2x - 1$. C. $f(x) = 2x + 1$. D. $f(x) = -2x + 1$.
- (14) ____ Si $h(x) = x^2 + 5x$ y $g(x) = x - 2$, entonces $(h \circ g)(x)$ es:
- A. $(h \circ g)(x) = x^2 + x - 6$. B. $(h \circ g)(x) = 4x^2 + 4x$.
 C. $(h \circ g)(x) = x^2 + 5x - 2$. D. $(h \circ g)(x) = x^2 - 5x - 2$.
- (15) ____ Al factorizar $9x^2 - 30xy + 25y^2$ se obtiene:
- A. $(3x + 5y)^2$. B. $(5x + 3y)^2$. C. $(3x - 5y)^2$. D. $(-3x + 5y)^2$.

(16) ____ El término líder de la función polinómica $P(x) = -\frac{4}{7}x^2(x-3)(x+2)^2(7x+4)$ es:

- A. $-\frac{4}{7}x^5$. B. $-\frac{4}{7}x^6$. C. $-4x^6$. D. $-7x^5$.

(17) ____ Todas las soluciones (reales y complejas) para la ecuación $27x^3 + 3x = 0$ son:

- A. $x = 0$, $x = \frac{1}{3}$ & $x = -\frac{1}{3}$. B. $x = 0$, $x = \frac{1}{3}i$
C. $x = 0$, $x = \frac{1}{3}i$ & $x = -\frac{1}{3}i$. D. $x = 0$, $x = \frac{1}{3}i$ & $x = -\frac{1}{3}$.

Parte II. (52 puntos) Problemas Abiertos.

Realice los siguientes ejercicios en el espacio provisto. Debe mostrar todo su procedimiento realizado para poder recibir puntuación completa.

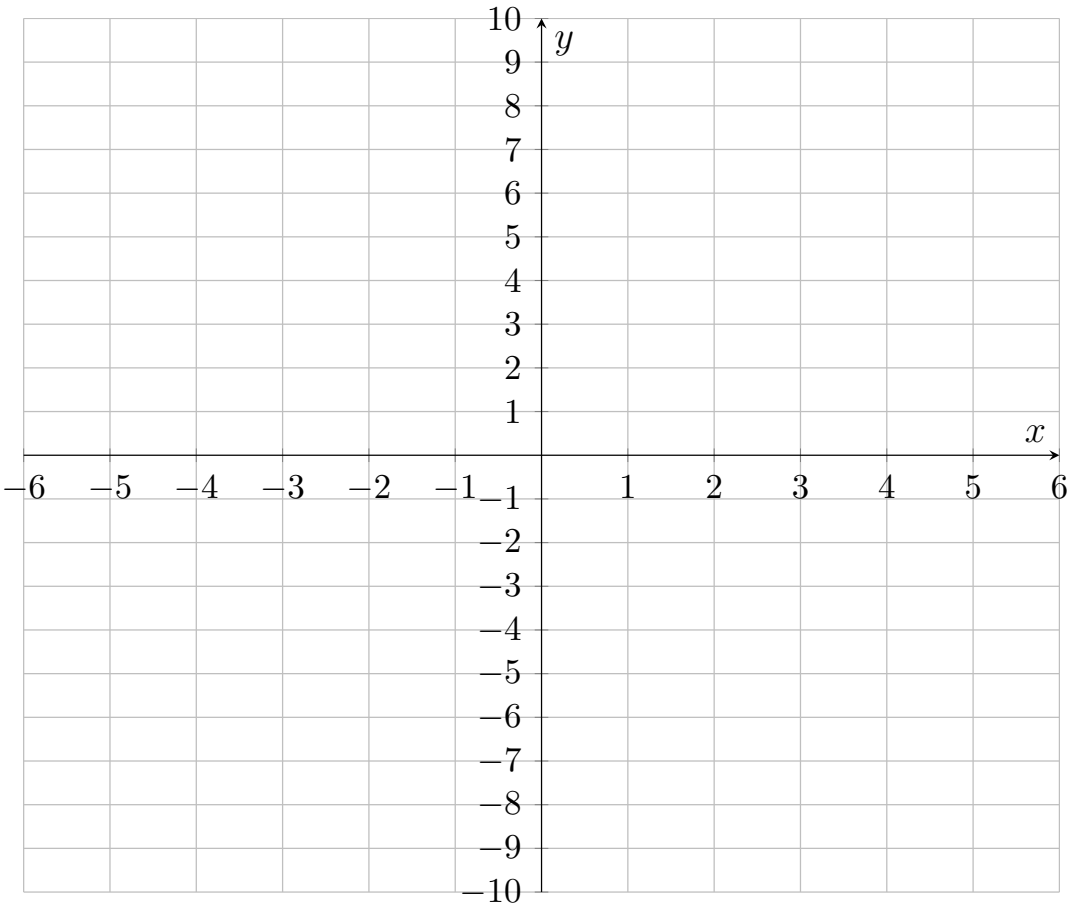
(1) (7 puntos) Resuelva $3x^2 + 9x \geq 12$ y exprese la solución en notación de intervalo.

(2) (6 puntos) Encuentre dos números cuya suma sea 42 y su producto sea máximo.

(3) (12 puntos) Considere la siguiente función:

$$f(x) = -(x - 1)(x + 1)(x - 3)^2$$

- i. (5 puntos) Haga un bosquejo de la gráfica de la función $f(x)$. Especifique todos los interceptos con el eje x y eje y .



- ii. (3 puntos) Identifique todos los ceros y su multiplicidad.
- iii. (2 puntos) ¿Cuál es la cantidad de máximos o mínimos que tiene $f(x)$? Adicionalmente, indique el grado de $f(x)$.
- iv. (2 puntos) Determine el comportamiento en los extremos de $f(x)$.

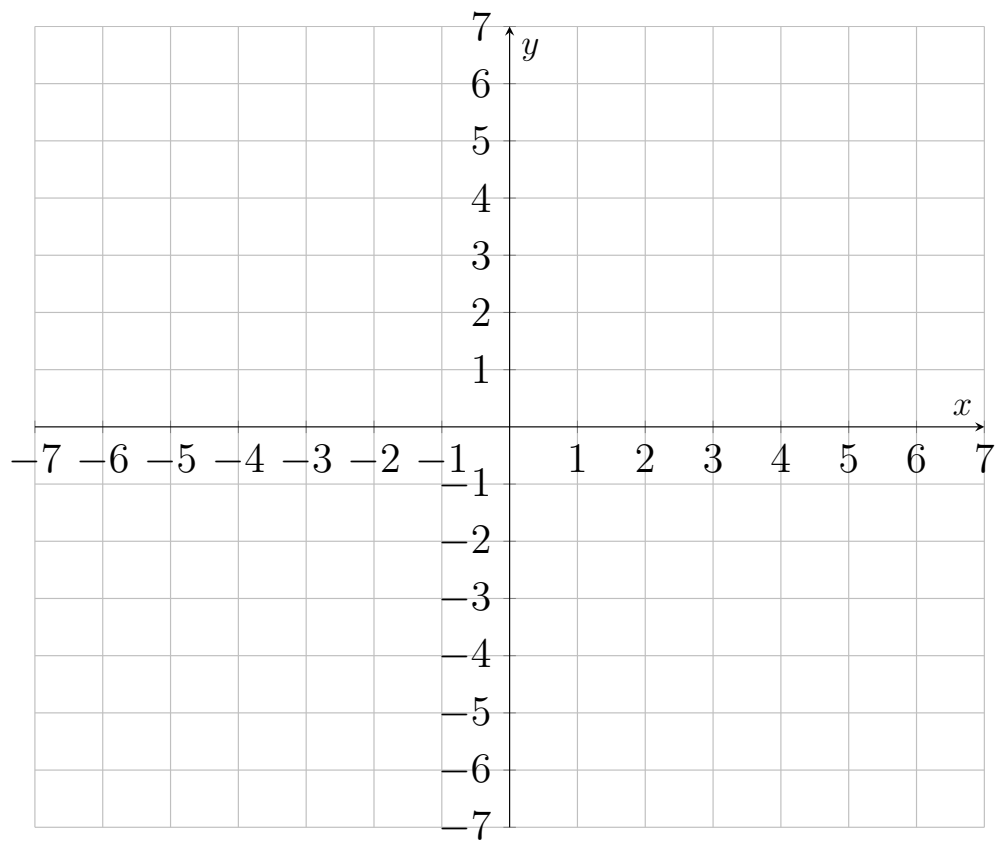
- (4) (10 puntos) Encuentre todos los ceros (reales y complejos) de la función polinómica y factorice completamente (en factores lineales).

$$P(x) = x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 2x - 8$$

- (5) (5 puntos) Daniel tiene \$130 en billetes de \$5 y \$10. Si en total tiene 20 billetes. Cuántos billetes de cada cantidad tiene?

(6) (6 puntos) Dibuje la gráfica de la función definida por partes. Además, determine el dominio y rango.

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x < -1 \\ (x - 1)^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$



(7) (6 puntos) Resuelva la ecuación $\sqrt{3b - 2} = b - 2$.