

Departamento de Ciencias Matemáticas - RUM
Copa Eugene A. Francis 2024
Cuatro minutos

5. Find the units digit of the following number $2^{2024} + 3^{2024} + 5^{2024}$

5. Determine el dígito de las unidades del siguiente número $2^{2024} + 3^{2024} + 5^{2024}$

Departamento de Ciencias Matemáticas - RUM
Copa Eugene A. Francis 2024
Cuatro minutos

1. Suppose that α , β and γ are positive numbers such that :

$$\alpha + \beta + \gamma = 27$$

$$\alpha + \gamma = 20$$

$$\beta + \gamma = 17$$

Find the values of α , β and γ .

1. Suponga que α , β y γ son números positivos tal que :

$$\alpha + \beta + \gamma = 27$$

$$\alpha + \gamma = 20$$

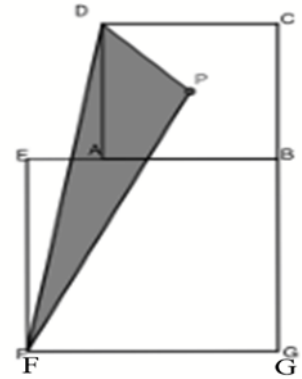
$$\beta + \gamma = 17$$

Halle los valores de α , β y γ .

Departamento de Ciencias Matemáticas - RUM
Copa Eugene A. Francis 2024
Cinco minutos

9. The diagonals of the squares $ABCD$ and $EFGB$ measure 14 cm and 20 cm, respectively. The point P is the intersection of the diagonals of the square $ABCD$. What is the area of the triangle FPD shown in the figure?

9. Las diagonales de los cuadrados $ABCD$ y $EFGB$ miden 14 cm y 20 cm, respectivamente. El punto P es la intersección de las diagonales del cuadrado $ABCD$. ¿Cuál es el área el triángulo FPD que se muestra en la figura?



Departamento de Ciencias Matemáticas - RUM
Copa Eugene A. Francis 2024
Cinco minutos

6. *Five predictions were made about the soccer match between team A and team :*

i. The match will not end in a draw.

ii. A's team will score.

iii. A's team will win

iv. A's team will not lose

v. 3 goals will be scored.

It is known that exactly 3 of the predictions were true. What was the result of the meeting between A and B?

6. *Se hicieron cinco predicciones sobre un partido de fútbol entre los equipos A y B :*

i. El partido no terminará en empate

ii. El equipo A anotará

iii. El equipo A ganará

iv. El equipo A no perderá

v. Se anotarán 3 goles

Se sabe que tres de las predicciones son ciertas. Cuál fue el resultado del encuentro entre los equipos A y B?

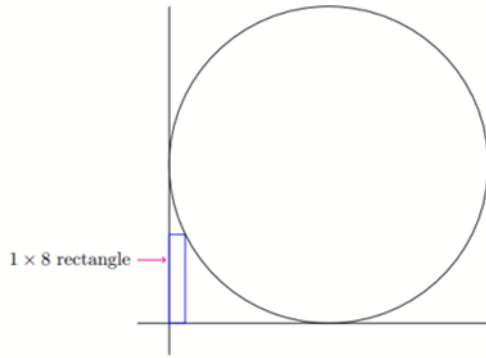
Departamento de Ciencias Matemáticas - RUM
Copa Eugene A. Francis 2024
Cinco minutos

7. *Ten students are randomly seated in a row of 10 chairs. Luis wants to sit next to Juan, but Betty doesn't want to sit next to Vilma. What is the probability that, when seated randomly, the above requirements are met?*

7. *Diez estudiantes son sentados al azar en una fila de 10 sillas. Luis quiere sentarse al lado de Juan, pero Betty no quiere sentarse al lado de Vilma. ¿Cuál es la probabilidad que, al ser sentados al azar, los requerimientos anteriores se cumplan?*

Departamento de Ciencias Matemáticas - RUM
Copa Eugene A. Francis 2024
Cuatro minutos

4. Suppose that a circle is tangent to two perpendicular lines so that a 1×8 rectangle can be placed between the perpendicular lines and the circle as is shown in the figure, find the radius of the circle.
4. Suponga que un círculo es tangente a dos líneas perpendiculares tal que el rectángulo 1×8 se coloca entre las líneas perpendiculares y el círculo como se muestra en la figura, halle el radio del círculo



3. Let f be a function with the following properties :

i. $f(1) = 1$ and

ii. $f(2n) = nf(n)$ for any positive integer n

What is the value of $f(2^{10})$?

3. Sea f unaa function con las siguientes propiedades :

i. $f(1) = 1$ y

ii. $f(2n) = nf(n)$ para cualquier entero positivo n

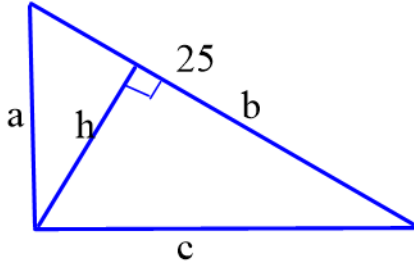
Cuál es el valor de $f(2^{10})$?

2. Let's define a new operation $\otimes$ on integers where it is only allowed to multiply evens with evens and odds with odds, but an odd cannot be multiplied with an even.
Forexample : $12 = 2 \otimes 6$, but it is not possible to write 12 as $3 \otimes 4$, since 3 is odd and 4 is even.
 $96 = 12 \otimes 8$ but it is not possible to write 96 as $3 \otimes 32$, since 3 is odd and 32 is even.
 $63 = 9 \otimes 7 = 3 \otimes 3 \otimes 7$
Based on this new type of product, find the largest possible common factor between 36 and 48.

2. Definamos una nueva operación $\otimes$ sobre los enteros donde solo se permite multiplicar los pares con pares y los impares con impares, pero no se puede multiplicar un impar con un par. Por ejemplo :
 $12 = 2 \otimes 6$, pero no es posible escribir a 12 como $3 \otimes 4$, pues el 3 es impar y 4 es par.
 $96 = 12 \otimes 8$ pero no es posible escribir a 96 como $3 \otimes 32$, pues el 3 es impar y 32 es par.
 $63 = 9 \otimes 7 = 3 \otimes 3 \otimes 7$
Basado con este nuevo tipo de producto, hallar el factor común más grande posible entre 36 y 48.

8. *In a right triangle, the sum of the lengths of the heights is 47 and the hypotenuse measures 25. Find the length of the lowest height.*

8. *En un triángulo rectángulo, la suma de las longitudes de las alturas es 47 y la hipotenusa mide 25. Halle la longitud de la altura menor.*



Departamento de Ciencias Matemáticas - RUM
Copa Eugene A. Francis 2024
Cinco minutos

10. *Solve* $\sqrt{\frac{3x-2}{2x-5}} + 3\sqrt{\frac{2x-5}{3x-2}} = 4$

10. *Resolver* $\sqrt{\frac{3x-2}{2x-5}} + 3\sqrt{\frac{2x-5}{3x-2}} = 4$