



EXAMEN FINAL

Fecha: _____
Valor: 108 puntos

Nombre: _____
Profesor: _____

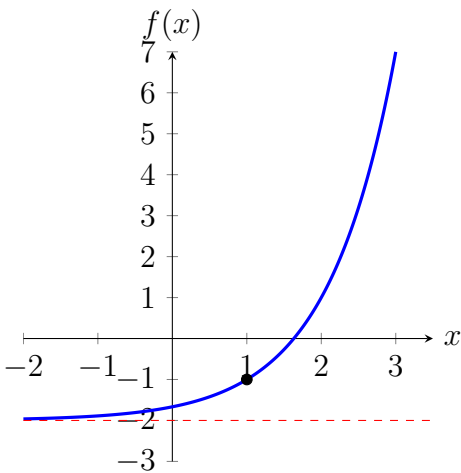
#Est: _____
Sección: _____

- Instrucciones:**
- Dispone de 2 horas para responder el examen.
 - Puede utilizar calculadora **no gráfica**.
 - En los problemas abiertos debe **mostrar** claramente su **procedimiento**; de lo **contrario**, **no obtendrá puntos parciales**.
 - No puede utilizar hojas adicionales.
 - Todos los dispositivos **electrónicos** deben permanecer apagados, guardados y fuera de la vista.

Parte I. (30pts.) **Escoge.** *En los siguientes ejercicios, seleccione la mejor alternativa. Responda en la siguiente tabla.* (3 pts. c/u.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

- (1) Al expandir completamente la expresión $\log_b \left(\frac{(x-2)^3(x+1)}{(x-1)^2} \right)$ utilizando las propiedades de los logaritmos, se obtiene: ____
- A. $\log_b(x-2)^3 + \log_b(x+1) + \log_b(x-1)^2$ C. $3\log_b(x-2) + \log_b(x+1) - 2\log_b(x-1)$
B. $3\log_b(x-2) - \log_b(x+1) + 2\log_b(x-1)$ D. $\log_b(x-2) + \log_b(x+1) - \log_b(x-1)$
- (2) La solución de la ecuación $\log_3(x-1) = 2$ es: ____
- A. $x = 9$ C. $x = \log_3(2)$
B. $x = 10$ D. $x = \log_2(3)$
- (3) La gráfica a continuación representa la función dada por: ____



- A. $f(x) = 3^{x-1} - 2$ C. $f(x) = 3^{x+1} - 2$
B. $f(x) = 3^{1-x} - 2$ D. $f(x) = 3^{x-1} + 2$

(4) El dominio y el rango de la función logarítmica $f(x) = \log_3(x - 2)$ son, respectivamente: ____

A. Dom: $(-\infty, 2)$ Rango: $(0, \infty)$

C. Dom: $(-\infty, 2)$ Rango: $(-\infty, \infty)$

B. Dom: $(2, \infty)$ Rango: $(0, \infty)$

D. Dom: $(2, \infty)$ Rango: $(-\infty, \infty)$

(5) En la sucesión aritmética $5, 9, 13, 17, \dots$, la diferencia común y el término n -ésimo se expresan correctamente como: ____

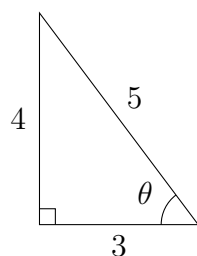
A. $d = 4$, $a_n = 5 + 4n$

C. $d = 3$, $a_n = 5 + 3(n - 1)$

B. $d = 4$, $a_n = 5 + 4(n - 1)$

D. $d = 3$, $a_n = 3 + 4(n - 1)$

(6) En el triángulo rectángulo que se muestra, si θ es el ángulo indicado, ¿cuál es el valor de $\cos(2\theta)$? ____



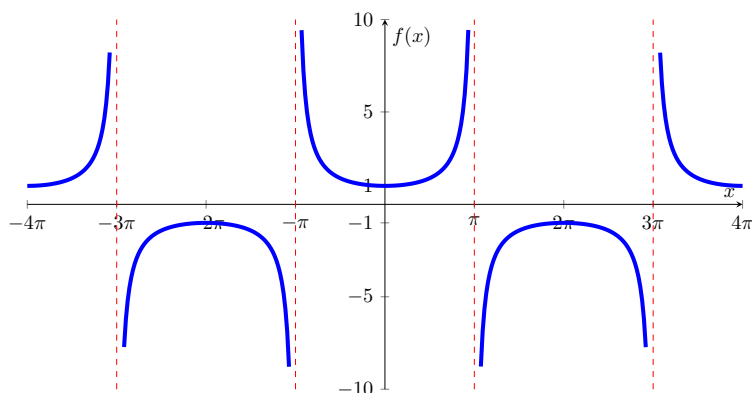
A. $-\frac{7}{25}$

C. $-\frac{24}{25}$

B. $\frac{7}{25}$

D. $\frac{24}{25}$

(7) La gráfica a continuación representa a la función: ____



A. $f(x) = \frac{1}{2} \csc(x)$

B. $f(x) = \frac{1}{2} \sec(x)$

C. $f(x) = \sec\left(\frac{x}{2}\right)$

D. $f(x) = \csc\left(\frac{x}{2}\right)$

(8) Las coordenadas exactas del punto terminal $P(x, y)$ en el círculo unitario, determinado por $t = \frac{13\pi}{6}$ son: ____

A. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

B. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

D. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

(9) Si $\cos(\theta) = -\frac{5}{13}$ y θ está en el segundo cuadrante, entonces $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ es: ____

A. $-\frac{3\sqrt{13}}{13}$

C. $-\frac{5\sqrt{13}}{13}$

B. $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

(10) Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$. La matriz inversa de A , es decir, A^{-1} , es: ____

A. $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

Parte II. (10pts.) **Completación.** *Llena los siguientes espacios en blanco: (2 pts. c/u.)*

- (1) (2pts.) La medida en radianes de un ángulo que mide 75° es _____
- (2) (2pts.) Al resolver la ecuación exponencial $e^{3x} = 7$, el valor **exacto** de x es _____
- (3) (2pts.) El valor de la serie $\sum_{i=1}^{\infty} 9 \left(\frac{1}{3}\right)^i$ es _____
- (4) (2pts.) Al escribir la suma $4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19$ en notación sigma (**sumatoria**), la expresión obtenida es _____
- (5) (2pts.) Un ángulo coterminal **positivo** con -225° es: _____

Parte III. (5pts.) **Pareo.** *Escriba la letra que corresponde a la opción más adecuada (A, B, C, D ó E) en el espacio provisto para cada enunciado. (1 pts. c/u.)*

- | | | |
|---|--------|-------|
| A. $\det \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ | I) 3 | _____ |
| B. $6 \operatorname{sen}(30^\circ)$ | II) 5 | _____ |
| C. La solución de la ecuación trigonométrica $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi(x-5)}{5}\right) = 0$ en el intervalo $[1, 5]$. | III) 6 | _____ |
| D. $4 \tan\left(\tan^{-1}(2)\right)$ | IV) 8 | _____ |
| E. $3 + 3 \cos^2(180^\circ)$ | V) 11 | _____ |

Parte IV. (63pts.) **Problemas abiertos.** *Realice los siguientes ejercicios en el espacio provisto. Debe mostrar todo su procedimiento realizado para poder recibir puntuación completa.*

- (1) (11pts.) En una sucesión geométrica, el tercer término es 16 y el sexto término es 128.
 - I. (5pts.) Halle el primer término a_1 y la razón común r de la sucesión.
 - II. (2pts.) Escriba una fórmula para el término n -ésimo a_n de la sucesión.

III. (4pts.) Calcule la suma de los primeros 25 términos de la sucesión.

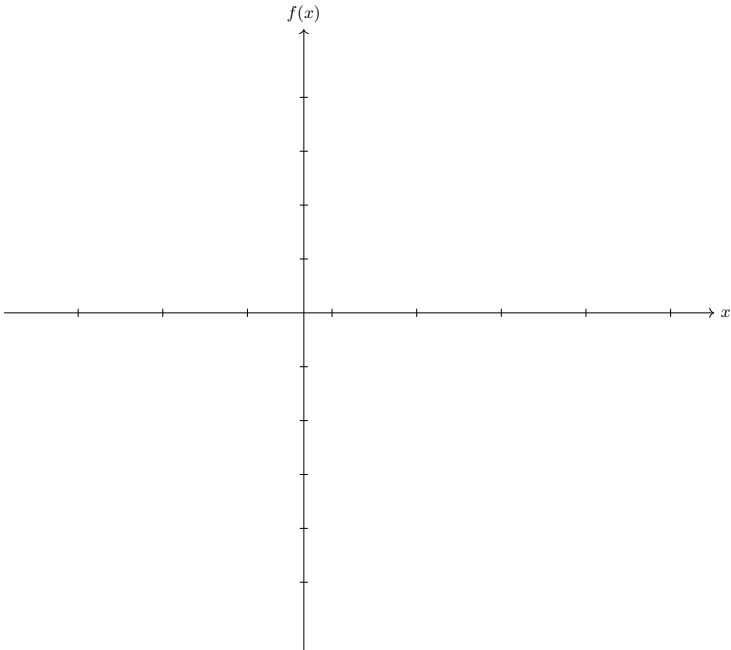
(2) (11pts.) Para la función $f(x) = 4 \cos \left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1$ complete la siguiente información:

I. (1pts.) Amplitud: _____ IV. (1pts.) Valor mínimo: _____

II. (1pts.) Valor promedio: _____ V. (1pts.) Periodo: _____

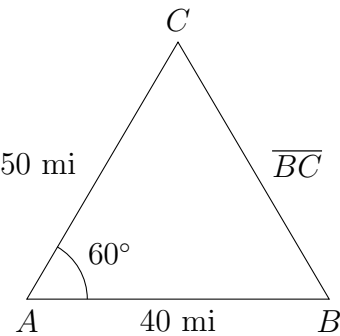
III. (1pts.) Valor máximo: _____ VI. (1pts.) Cambio de Fase : _____

VII. (5pts.) Trace la gráfica de $f(x) = 4 \cos \left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1$, **mostrando** al menos un ciclo e identificando claramente **donde ocurren** los puntos *promedios, máximos y mínimos*.



(3) (11pts.) Considere el triángulo ABC donde el lado $\overline{AB}$ mide 40 millas, el lado $\overline{AC}$ mide 50 millas y el ángulo entre estos lados, es decir, $\angle A$, es de 60° , como se muestra en la figura.

Con esta información, responda lo siguiente:



I. (5pts.) Calcule la longitud del lado $\overline{BC}$ del triángulo.

II. (3pts.) Encontrar la medida del ángulo en el vértice C , es decir, $\angle C$.

III. (3pts.) Calcule el **área** del triángulo ABC .

(4) (6pts.) En un cine se venden dos tipos de boletos: **adulto** y **niño**. En cierto día se sabe que:

- Se vendieron en total 120 boletos.
- El boleto de adulto cuesta \$8 y el de niño cuesta \$5.
- Ese día se recaudaron \$810 en total por la venta de boletos.

I. (3pts.) Plantee un sistema de ecuaciones lineales que modele la situación, usando las variables x y y para representar el número de boletos **de adulto** y **de niño**, respectivamente. **No resuelva el sistema en este inciso.**

II. (3pts.) Resuelva el sistema del inciso anterior **usando sustitución o eliminación, sin utilizar matrices**.

(5) (7pts.) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones **exclusivamente** por el método de eliminación de Gauss o Gauss Jordan (con matrices).

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ y + 3z = -4 \\ x + z = 4 \end{cases}$$

(6) (5pts.) Calcule $\det \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 \\ 5 & -2 & 0 \end{bmatrix}$.

(7) (5pts.) Si $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ calcule la inversa de A , es decir A^{-1} .

(8) (7pts.) Sea

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

I. (2pts.) Halle, si es posible, la suma $A + C$ y explique su razonamiento.

II. (2pts.) Halle si es posible AB y explique su razonamiento.

III. (3pts.) Halle si es posible BA y explique su razonamiento.