



EXAMEN FINAL

Fecha: _____

Valor: 105 pts.

Nombre: _____

#Est: _____

Profesor: _____

Sección: _____

Instrucciones:

- Dispone de 2 horas para responder el examen.
- Puede utilizar calculadora **no gráfica**.
- En los problemas abiertos debe **mostrar** claramente su **procedimiento**; de lo **contrario**, **no obtendrá puntos parciales**.
- No puede utilizar hojas adicionales.
- Todos los dispositivos **electrónicos** deben permanecer apagados, guardados y fuera de la vista.

Parte I. (30pts.) **Escoge.** *En los siguientes ejercicios, seleccione la mejor alternativa. Responda en la siguiente tabla.* (3 pts. c/u.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

(1) La solución de la ecuación $7^{x-7} = 49$ es: ____

A. $x = 7$

C. $x = \log_7(49)$

B. $x = 9$

D. $x = \log_7(9)$

(2) La expresión $2\log_b(x^2 - 1) - \log_b(x + 1)^2$ en términos de un solo logaritmo es: ____

A. $2\log_b(x - 1)^2$

C. $\log_b(x - 1)^2$

B. $\log_b(x^2 - 1)^2$

D. $4\log_b(x + 1)$

(3) El dominio de la función logarítmica $f(x) = \log_2(5 - x)$ son respectivamente: ____

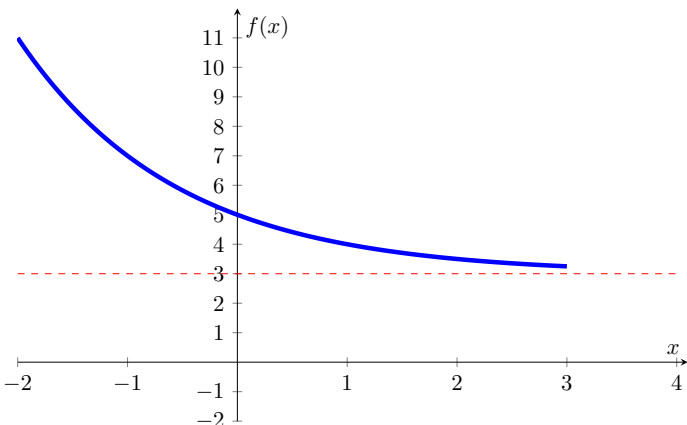
A. Dominio: $(-\infty, -5)$

C. Dominio: $(5, \infty)$

B. Dominio: $(-5, \infty)$

D. Dominio: $(-\infty, 5)$

(4) La gráfica a continuación representa la función dada por: ____



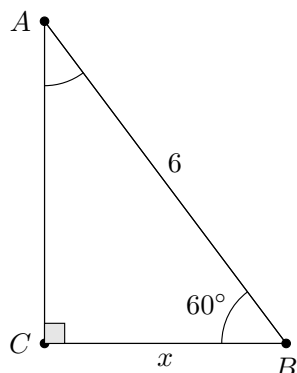
A. $f(x) = 2^{x+1} + 3$

C. $f(x) = 3^{x+1} - 2$

B. $f(x) = 3^{1-x} + 2$

D. $f(x) = 2^{1-x} + 3$

(5) En el triángulo que se muestra, el valor de x es: ____



A. 3

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{3}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(6) ¿Cuál es el término n -ésimo de la sucesión geométrica $3, 6, 12, 24 \dots$? ____

A. $a_n = 3(2)^n$

C. $a_n = 2(3)^{n-1}$

B. $a_n = 3(2)^{n-1}$

D. $a_n = 2(3)^n$

(7) Las coordenadas exactas del punto terminal $P(x, y)$ en el círculo unitario, determinado por $t = -\frac{11\pi}{3}$ son: ____

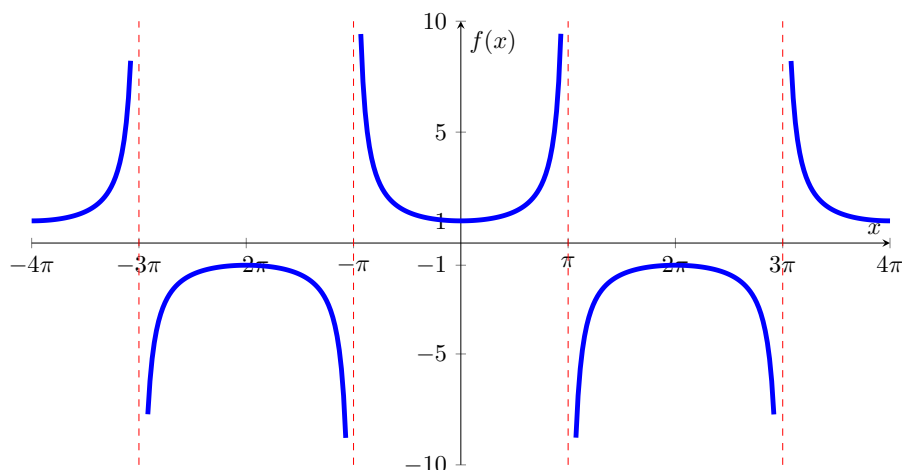
A. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

B. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

D. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(8) La gráfica a continuación representa a la función: ____



A. $f(x) = \frac{1}{2} \csc(x)$

B. $f(x) = \frac{1}{2} \sec(x)$

C. $f(x) = \sec\left(\frac{x}{2}\right)$

D. $f(x) = \csc\left(\frac{x}{2}\right)$

(9) Si $\tan(\theta) = \frac{11}{60}$ para θ en el tercer cuadrante, entonces $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ es: ____

A. $\sqrt{\frac{1}{122}}$

C. $\sqrt{\frac{121}{122}}$

B. $-\sqrt{\frac{121}{122}}$

D. $-\sqrt{\frac{1}{122}}$

(10) La inversa de la matriz $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ es: ____

A. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

Parte II. (10pts.) **Completación.** *Llena los siguientes espacios en blanco:* (2 pts. c/u.)

- (1) (2pts.) La medida en grados de un ángulo que mide $\frac{7\pi}{45}$ radianes es _____
- (2) (2pts.) Si $\log_2(b) = \frac{4}{3}$, calcule valor **exacto** de $\log_b(16)$ es _____
- (3) (2pts.) El valor de la serie $\sum_{i=1}^{\infty} 14 \left(\frac{1}{7}\right)^i$ es _____
- (4) (2pts.) Al escribir la suma $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$ en notación sigma (sumatoria), la expresión obtenida es _____
- (5) (2pts.) El ángulo de referencia de 225° es: _____

Parte III. (5pts.) **Pareo.** *Escriba la letra que corresponde a la opción más adecuada (A, B, C, D ó E) en el espacio provisto para cada enunciado.* (1 pts. c/u.)

- | | |
|--|--------------------|
| A. $\det \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$ | I) 1 _____ |
| B. $5 \sin^2(4^\circ) + 5 \cos^2(4^\circ)$ | II) 2 _____ |
| C. Solución de $\sin\left(\frac{\pi(x-1)}{2}\right) = 1$ en $[1, 5]$. | III) 3 _____ |
| D. $5 \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)$ | IV) 4 _____ |
| E. $(\sec 3^\circ + \tan 3^\circ)(\sec 3^\circ - \tan 3^\circ)$ | V) 5 _____ |

Parte IV. (60pts.) **Problemas abiertos.** *Realice los siguientes ejercicios en el espacio provisto. Debe mostrar todo su procedimiento realizado para poder recibir puntuación completa.*

- (1) (9pts.) En una sucesión aritmética, el quinto término es 15 y el octavo término es 24.
- I. (5pts.) ¿Cuál es la diferencia común?

II. (4pts.) ¿Cuál es la suma de los primeros 100 términos de la sucesión?

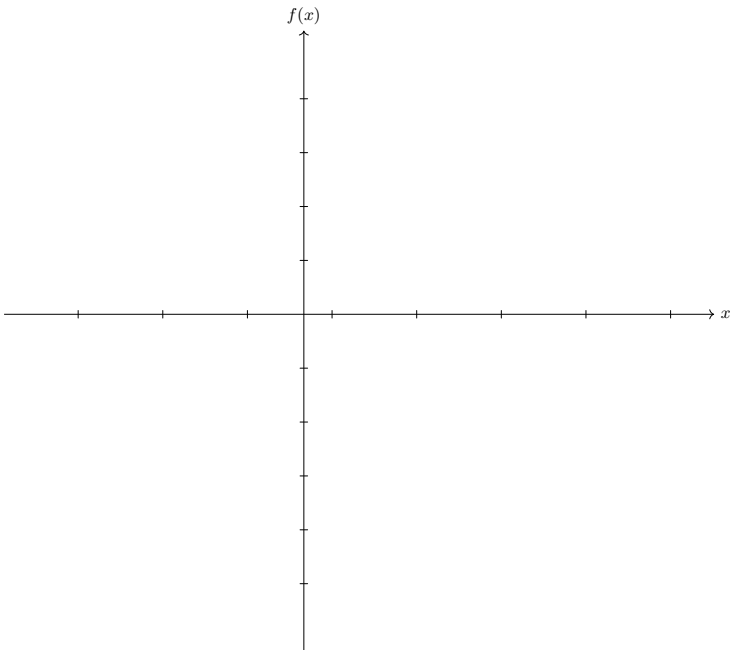
(2) (11pts.) Para la función $f(x) = -1 + 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ complete la siguiente información:

I. (1pts.) Amplitud: _____ IV. (1pts.) Valor mínimo: _____

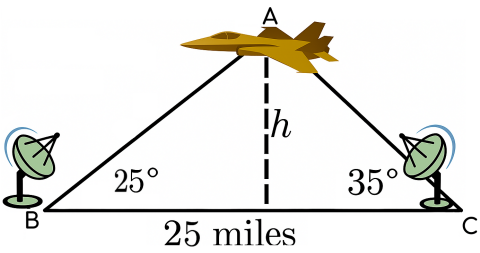
II. (1pts.) Valor promedio: _____ V. (1pts.) Periodo: _____

III. (1pts.) Valor máximo: _____ VI. (1pts.) Cambio de Fase : _____

VII. (5pts.) Trace la gráfica de $f(x) = -1 + 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, **mostrando** al menos un ciclo e identificando claramente **donde ocurren** los puntos *promedios*, *máximos* y *mínimos*.



(3) (11pts.) Las ciudades de **Bayamón** y **Coamo** están separadas por 25 millas. En cada ciudad hay una estación de radar terrestre que detecta un avión que vuela en línea recta sobre el segmento que une ambas ciudades. Desde Coamo (C), el ángulo de localización vertical es de 35° ; y desde Bayamón (B), es de 25° . Sea A la posición del avión (como se muestra en la figura de la derecha).



I. (5pts.) Calcula la distancia entre el avión y la estación de Bayamón, es decir, $\overline{AB}$.

II. (3pts.) Calcula la **altura** h del avión sobre el terreno.

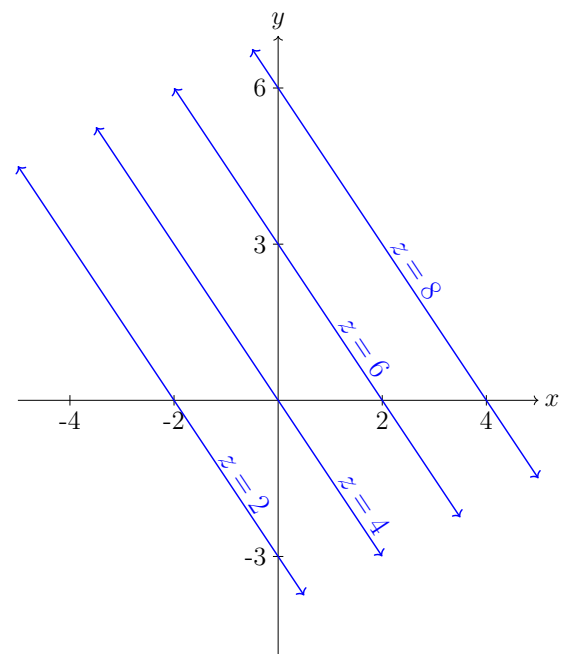
III. (3pts.) Calcula el área del triángulo formado por el avión y las estaciones de radar.

(4) (7pts.) El siguiente gráfico muestra un **diagrama de contorno** de un **plano**. Es decir, cada línea indica dónde el valor de z se mantiene constante para distintos valores de x y y . Dado que el plano tiene ecuación general $z = ax + by + c$:

I. (3pts.) Halle el valor de c .

II. (2pts.) Halle el valor de b .

III. (2pts.) Halle el valor de a .



(5) (7pts.) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones **exclusivamente** por el método de eliminación de Gauss o Gauss Jordan (con matrices).

$$\begin{cases} x + 2y + z = 6 \\ y + 3z = -14 \\ x + z = 10 \end{cases}$$

(6) (5pts.) Calcule $\det \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

(7) (5pts.) Si $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ calcular la inversa de A , es decir A^{-1} .

(8) (5pts.) Sea

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

I. (2pts.) Halle si es posible AB .

II. (3pts.) Halle si es posible BA .